

## CUPRINS

1.Linii de transmisie	7
1.1.Teoria generală a liniilor de transmisie	7
1.1.1.Surse de câmp electromagnetic	7
1.1.2.Ecuatiile lui Maxwell	7
1.1.3.Condiții pe frontieră	9
1.1.4.Ecuția undelor	11
1.1.5.Moduri normale de propagare a câmpului electromagnetic	12
1.2.Linii de transmisie cu două conductoare	13
1.2.1.Unde de tensiune și curent	13
1.2.2.Ecuatiile telegrafiștilor	14
1.2.3.Ecuatiile undelor de tensiune și curent	15
1.2.4.Parametrii secundari ai liniilor de transmisie	17
1.2.5.Coeeficientul de reflexie	19
1.2.6.Tipuri de linii de transmisie cu două conductoare	19
1.3.Regimuri de propagare	24
1.3.1.Regimul adaptat	24
1.3.2.Regimul de undă staționară	25
1.3.2.1.Linia în scurtcircuit	25
1.3.2.2.Linia în gol	26
1.3.2.3.Linia terminată pe o sarcină pur reactivă	26
1.3.2.4.Regimul de unde mixt	27
1.3.3.Transmiterea energiei electromagnetice pe linii	28
1.3.4.Linia de transmisie ca element de circuit	31
1.3.5.Diagrama circulară (Smith)	32
1.3.6.Adaptarea liniilor de transmisie	36
1.4.Linii coaxiale și plate	41
1.4.1.Linii coaxiale	41
1.4.2.Linii plate	44
1.4.3.Linii de transmisie microstrip	47
1.4.3.1.Linii microstrip pe substrat dielectric izotrop	47
1.4.3.2.Linii microstrip pe substrat dielectric anizotrop	51
1.5.Probleme	
1.5.1.Probleme rezolvate	
1.5.2.Probleme propuse	

2.Ghiduri de undă	54
2.1.Ghidul de undă dreptunghiular	54
2.1.1.Clasificarea ghidurilor de undă	54
2.1.2.Ecuatia caracteristică	57
2.1.3.Moduri normale în ghidul dreptunghiular	60
2.1.4.Vitezele undelor în ghidul dreptunghiular	61
2.1.5.Puterea transmisă în ghidul dreptunghiular	62
2.1.6.Modul fundamental în ghidul dreptunghiular	64
2.1.7.Impedanța de undă	65
2.2.Ghidul de undă circular	67
2.2.1.Determinarea componentelor longitudinale	67
2.2.2.Determinarea componentelor transversale	68
2.2.3.Constanta de fază și frecvența critică	70
2.2.4.Vitezele de fază și de grup;impedanța de undă	71
2.2.5.Filtre de mod	72
2.3.Discontinuități în liniile de transmisie	73
2.3.1.Diafragme	73
2.3.1.1.Diafragma cu fantă inductivă	74
2.3.1.2.Diafragma cu fantă capacitivă	77
2.3.1.3.Tije și diafragme rezonante	79
2.3.2.Cavități rezonante	81
2.3.2.1.Cavități rezonante paralelipipedice	83
2.3.2.2.Cavități rezonante cilindrice	85
2.3.2.3.Cavități rezonante coaxiale	86
2.3.3.Variația frecvenței cu modificarea volumului	87
2.4.Ghiduri de undă cu ferite	88
2.4.1.Ferite și granați	88
2.4.2.Fenomene magnetice în ferite	89
2.4.3.Propagarea câmpului prin ferita polarizată	91
2.4.4.Dispozitive neregiproce cu ferite	94
Anexe	95
Bibliografie	

# 1.LINII DE TRANSMISIE

## 1.1.Teoria generală a liniilor de transmisie

### 1.1.1 Surse de câmp electromagnetic

Câmpul electromagnetic este o formă de existență a materiei caracterizat prin energie, masă și impuls. Este pus în evidență prin acțiunile pondero-motoare pe care le exercită asupra substanței și poate fi generat de surse primare: densități de sarcini electrice, densități de curent (datorate deplasării sarcinilor de polarizare, a mișcărilor orbitale sau de spin).

Deoarece pentru analiza la scară macroscopică a câmpului electromagnetic numărul surselor primare de analizat este foarte mare, în analiza teoretică se folosesc sursele secundare pentru câmpul electric – inducția magnetică iar pentru câmpul magnetic, densitatea curentului de deplasare.

Când sursele secundare variază în timp, produc câmp electromagnetic. Când sarcinile electrice sau curenții nu variază în timp, crează câmpuri electrostatice, respectiv magnetostatice, care pot fi considerate cazuri degenerate ale câmpului electromagnetic, în care câmpul și sursele sale sunt staționare. În cazul static, câmpurile electric și magnetic pot exista independent, pe când la câmpurile dinamice aceste componente se interconstrucionează și se determină cu ecuațiile lui Maxwell.

### 1.1.2. Ecuațiile lui Maxwell

În electromagnetism se definesc următorii vectori fundamentali:

$\underline{E}$  – intensitatea câmpului electric,

$\underline{H}$  – intensitatea câmpului magnetic,

$\underline{B}$  – inducția magnetică,

$\underline{D}$  – inducția electrică,

cu amplitudini, faze și orientări variabile în spațiu  $(x,y,z)$  și timp  $(t)$ . Fiecare componentă a vectorilor este o mărime complexă, caracterizată printr-o parte reală și una imaginară.

Vectorii câmpului electromagnetic sunt grupați în două perechi  $\underline{E}$  și  $\underline{B}$ ,  $\underline{D}$  și  $\underline{H}$ . Prima pereche de vectori determină *forța* exercitată în spațiu asupra sarcinilor și a curentului electric, dependentă de constantele dielectrice și magnetice ale mediului și este exprimată prin *forța* Lorentz:

$$\underline{F} = q(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \quad (1.1)$$

Vectorii din a doua pereche au ca surse sarcinile și curenții din câmp, determină *liniile de forță* care rezultă de la acestea și sunt independenți de proprietățile mediului.

$$\begin{aligned} \iint_S \underline{D} da &= q \\ \oint \underline{H} dl &= I \end{aligned} \quad (1.2)$$

La un câmp electromagnetic arbitrar, vectorii  $\underline{E}$  și  $\underline{H}$  determină *energia* cu care se propagă câmpul.

Pentru rezolvarea diferitelor probleme de microunde, cea mai utilizată metodă folosește ecuațiile lui Maxwell. Aceste ecuații exprimă interdependența câmpurilor electrice și magnetice în interiorul oricărui mediu material:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{H} = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} + \underline{J} + \rho \underline{V} \\ \nabla \times \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \\ \nabla \underline{D} = \rho \\ \nabla \underline{B} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

unde  $\underline{J}$  – densitate de curent

$\rho$  - densitate de sarcină

Relațiile dintre cei patru vectori fundamentali se pot stabili pentru orice mediu dacă sunt complet definite distribuția de sarcini și caracteristicile mediului. În medii mobile ( $\underline{V} \neq 0$ ), cristaline sau feromagnetice, aceste relații sunt mai complicate. La mediile materiale caracterizate prin permitivitatea electrică  $\epsilon$ , permeabilitatea magnetică  $\mu$  și conductivitatea  $\sigma$ , există relațiile suplimentare:

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E}, \underline{B} = \mu \underline{H}, \underline{J} = \sigma \underline{E} \quad (1.4)$$

Vom considera parametrii de material constanți în cadrul unor benzi relativ înguste de frecvență, în care toate câmpurile variază armonic în timp (regim permanent sinusoidal).

În cazul mediilor imobile, ( $\underline{V} = 0$ ) ecuațiile lui Maxwell devin:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\underline{E} \\ \nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu\underline{H} \\ \nabla \underline{D} = \rho \\ \nabla \underline{B} = 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Adăugăm ecuația de continuitate

$$\nabla \underline{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.6)$$

În unele probleme de microunde este utilă folosirea formei integrale a ecuațiilor lui Maxwell în locul formei diferențiale. Prin aplicarea teoremelor lui Stokes și a divergenței, se obțin ecuațiile:

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \underline{H} d\underline{l} = \iint_S \underline{J} d\underline{s} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \underline{D} d\underline{s} \\ \oint \underline{E} d\underline{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \underline{B} d\underline{s} \\ \iiint_V \underline{D} d\underline{a} = \iiint_V \rho dv \\ \oiint_A \underline{B} d\underline{a} = 0 \end{array} \right. \quad (1.7)$$

Sensul fizic al ecuațiilor lui Maxwell sub formă integrală:

- prima ecuație arată că integrala de linie pe o curbă închisă a intensității câmpului magnetic este egală cu suma curenților de deplasare, de conducție și de convecție (dacă este cazul) care trec prin acea buclă;
- din a doua ecuație rezultă că integrala de linie a intensității câmpului electric pe o curbă închisă este egală cu variația în timp a fluxului magnetic prin acea buclă;
- a treia ecuație, legea lui Gauss arată că fluxul electric prin orice suprafață închisă, la orice moment de timp este dat de sarcina electrică aflată în acel moment în interiorul volumului delimitat de suprafața închisă;
- ultima ecuație arată că în natură nu există sarcini magnetice.

Câmpul electromagnetic este complet determinat dacă sunt cunoscute pozițiile în spațiu și legea de deplasare a surselor.

Câmpul în anumite regiuni se mai poate determina dacă se cunoaște distribuția câmpului pe o anumită suprafață care înconjoară regiunea analizată.

Comportarea câmpului în orice punct din spațiu este legată de comportarea într-un punct învecinat cu ajutorul ecuațiilor cu derivate parțiale (1.5). Dacă se dă valoarea câmpului și a derivatelor sale în orice punct, putem calcula de la punct la punct și integrăm ecuațiile diferențiale pentru a obține câmpul în orice alt punct.

*Teorema unicității* – arată că dacă anumite proprietăți ale câmpului electromagnetic sunt cunoscute pe o suprafață închisă, câmpul este unic determinat în interiorul volumului delimitat de acea suprafață. Câmpul variant în timp aflat într-un volum  $V$  al unei substanțe cu comportare liniară, conform teoremei unicității, este unic determinat dacă este specificat la un moment de timp  $t_0$  în interiorul volumului și prin componentele tangențiale ale lui  $\underline{E}$  sau  $\underline{H}$ , determinate în fiecare punct al suprafeței și la toate momentele de timp anterioare.

Ecuațiile lui Maxwell sunt valabile în orice punct din spațiu în care nu au loc variații discontinue ale parametrilor de material. La suprafața de separație a două medii, acestor ecuații li se adaugă anumite condiții la limită.

### 1.1.3. Condiții pe frontieră

Pentru a găsi soluțiile proprii și unice ale ecuațiilor lui Maxwell, în anumite cazuri particulare, este necesară cunoașterea comportării câmpului electromagnetic la suprafața de separare a corpurilor. Condițiile pe frontieră joacă același rol în rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale ca și condițiile inițiale în ecuațiile diferențiale pentru calculul circuitelor electrice.

Determinarea condițiilor pe frontieră se face mai simplu folosind forma integrală a ecuațiilor lui Maxwell (1.7).

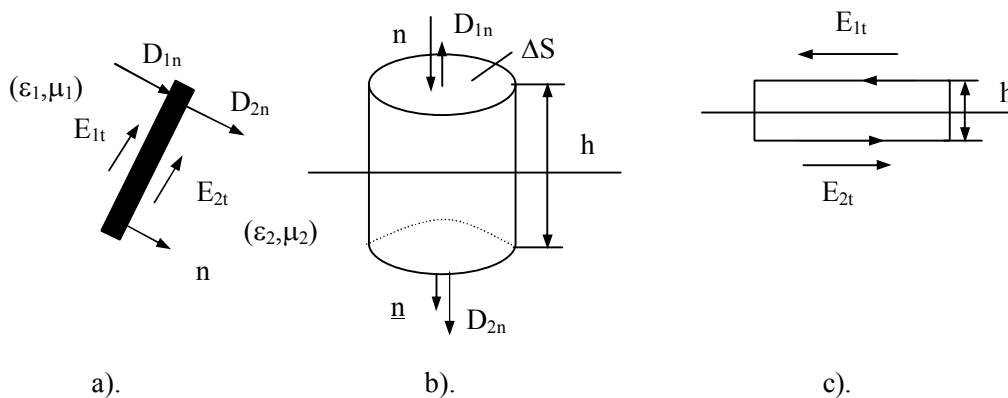


Fig. 1.1. Condiții locale pe frontieră

Dacă la suprafața de separare a două medii cu parametrii  $\epsilon_1, \mu_1$  și  $\epsilon_2, \mu_2$  nu sunt sarcini de suprafață la frontieră (cazul mediilor neconductoare), fluxul inducției electrice pe suprafața cilindriului (fig. 1.1b), la limită, când  $h$  tinde la zero, este:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \iint_S \underline{D} d\underline{s} = D_{2n} \Delta s - D_{1n} \Delta s \quad (1.8)$$

sau

$$D_{2n} = D_{1n} = \underline{n} D_1 = \underline{n} D_2 \quad (1.9)$$

Prin *lim* se anulează fluxul pe peretele lateral al cilindriului. Rezultă că fluxul liniilor de câmp al inducției electrice este continuu în direcția normală la frontieră. Un rezultat asemănător se obține și pentru liniile de flux al inducției magnetice, deoarece  $\text{div} B = 0$  și

$$\underline{n} B_2 = \underline{n} B_1 \quad (1.10)$$

Condițiile la limită pentru componenta tangențială a câmpului electromagnetic se obțin analizând circulația vectorilor (fig. 1.1.c). La limită când  $h \rightarrow 0$  fluxul câmpului magnetic prin contur se anulează:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_C \underline{E} d\underline{l} = -j\omega \lim_{h \rightarrow 0} \iint_S \underline{D} d\underline{s} = E_{2t} \Delta l - E_{1t} \Delta l = 0 \quad (1.11)$$

$$\text{Rezultă: } E_{2t} = E_{1t} \quad (1.12)$$

Pentru același contur  $C$ , curentul total de deplasare se anulează:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_c \underline{H} d\mathbf{l} = j\omega \lim_{h \rightarrow 0} \iint_s D ds = H_{2t} \Delta l - H_{1t} \Delta l = 0 \quad (1.13)$$

$$\text{sau } H_{2t} = H_{1t} \quad (1.14)$$

Relațiile (1.12) și (1.14) arată că la frontiera de separare, componentele tangențiale sunt continue.

Dacă suprafața de separare a celor două domenii este un material bun conductor (metal) sau puțin spațiu liber, atunci condițiile pe frontieră au forma particulare. Câmpul electromagnetic se propagă foarte puțin prin materiale conductoare. Amplitudinea câmpului scade exponențial conform legii  $\exp(-u/ds)$ , unde  $u$  este distanța evaluată pe direcția normală spre conductor iar  $ds$  este adâncimea de pătrundere a câmpului în material. În cazul cuprului adâncimea de pătrundere la frecvența de 10GHz este la  $6,6 \cdot 10^{-7}$  m. Dacă conductivitatea are valori foarte mari, adâncimea de pătrundere se apropie de zero iar curentul devine de suprafață.

#### 1.1.4. Ecuația undelor

Componentele câmpului electromagnetic  $\underline{E}$  și  $\underline{H}$  se exprimă prin funcții de undă (funcții care depind de timp și spațiu). Pentru determinarea funcțiilor de undă este necesară rezolvarea ecuațiilor în care numai una din componentele câmpului trebuie să fie necunoscută. Aplicăm rotorul ecuației (1.5) și obținem:

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \underline{H}) \quad (1.15)$$

Folosim dezvoltarea dublului produs vectorial și ținând seama de prima ecuație din (1.5), rezultă:

$$\nabla \nabla \underline{E} - \nabla^2 \underline{E} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} \quad (1.16)$$

Considerăm că mediul în care are loc propagarea nu are sarcini electrice ( $\text{div} \underline{E} = 0$ ):  $\nabla^2 \underline{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} = 0$  (1.17)

Relația (1.17) se numește *ecuația undelor* în spațiul tridimensional.

Pentru a determina natura soluțiilor ecuației, presupunem  $\underline{E}$  nondimensional  $\underline{E} = (E_x, 0, 0)^T$ , cu componenta sa depinzând numai de coordonata  $x$ . Ecuația (1.17) se poate scrie:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.18)$$

Orice funcție continuă, împreună cu primele două derivate ale sale, de forma  $f(x-vt)$  este o soluție a ecuației anterioare. Deoarece,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial (vt)^2} = v^2 f'' \quad (1.19)$$

obținem: 
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1.20)$$

Această soluție (fig. 1.2) reprezintă o perturbație care se propagă în direcția pozitivă a lui  $x$  cu viteza  $v$ .

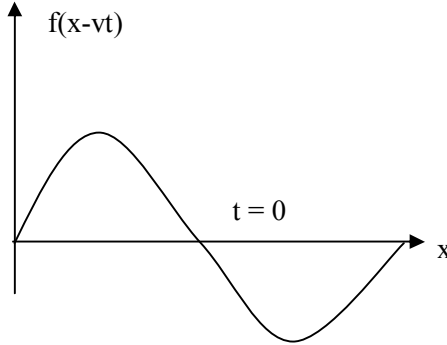


Fig. 1.2. Variația unei funcții de undă

Dacă componentele luzi  $\underline{E}$  variază armonic în timp, ecuația undelor devine:

$$\nabla^2 \underline{E} + k_0^2 \underline{E} = 0 \quad (1.21)$$

unde  $k_0$  - numărul de undă,  $k_0 = (\omega\mu\varepsilon)^{0.5}$

Ecuația (1.21) se numește *ecuația vectorială a lui Helmholtz*.

### 1.1.5. Moduri normale de propagare a câmpului electromagnetic

Principalele moduri de propagare a câmpului electromagnetic sunt:

- mod transversal electromagnetic sau *TEM*, dacă  $E_z = 0, H_z = 0$ ;
- mod transversal electric *TE* sau *H*, dacă  $E_z = 0, H_z \neq 0$ ;
- mod transversal magnetic *TM* sau mod *E*, când  $E_z \neq 0, H_z = 0$ ;

Pentru modul de propagare *TEM*, vectorii câmpurilor electric și magnetic sunt așezați în planul transversal pe direcția de propagare ( $E_z = 0, H_z = 0$ ). Unda *TEM* constituie modul de propagare dominant în liniile cu două conductoare. Din punct de vedere matematic, frontierele acestor regiuni pot fi privite ca multiplu conectate (spații multiple conex) iar soluția ecuației Helmholtz presupune o valoare constantă pe o frontieră și o altă valoare constantă pe altă frontieră. Câmpul se propagă fără atenuare. Pentru modul de propagare *TE*, câmpul nu are componentă electrică pe axa  $z$ , dar  $H_z \neq 0$  și câmpul se propagă fără atenuare ( $\gamma$  pur imaginar).

Câmpul electromagnetic obținut când  $H_z = 0$  și  $E_z \neq 0$  se propagă pe modul *TM*. Din punct de vedere fizic, modurile constituie seturi de unde progresive care se propagă prin linia de transmisie (unele cu atenuare, altele fără atenuare). Matematic, modurile pot fi privite ca termenii unei serii infinite (Bessel sau Fourier), cu care se reprezintă câmpul în regiunea limitată.



## 1.2.Linii de transmisie cu două conductoare

### 1.2.1. Unde de tensiune și curent

Linia de transmisie este formată din două sau mai multe conductoare cu care se conectează un generator de semnal la o anumită sarcină. Deoarece în microunde lungimile liniilor de transmisie sunt comparabile cu lungimile de undă ale semnalelor, liniile nu se pot reduce la un punct (ca în circuitele cu constante concentrate) iar timpul de propagare a unei perturbații electrice de-a lungul liniei este

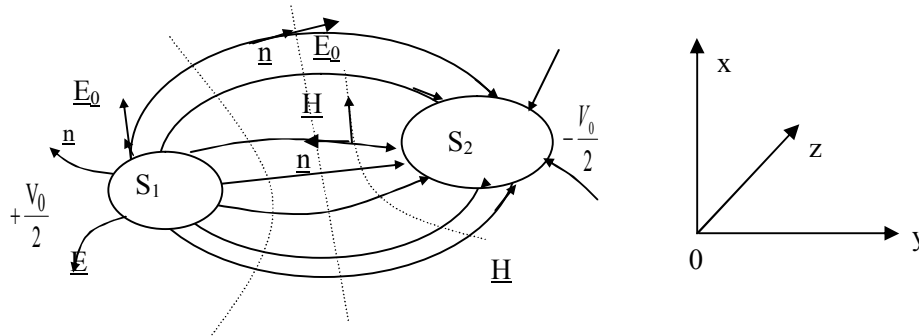


Fig.1.3. Secțiune transversală printr-o linie de transmisie

Considerăm linia formată din două materiale perfect conductoare separate de un material dielectric (de obicei aerul), alimentate cu potențialele  $V_0/2$  și  $-V_0/2$  (fig.1.3.).

Pentru a determina câmpul electromagnetic care se propagă ca o undă *TEM* (mod transversal electromagnetic), calculăm potențialul  $f(x,y)$  ca o soluție a ecuației:

$$\nabla_t^2 \Phi = 0 \quad (1.22.)$$

care satisface condițiile pe frontieră:

$$\Phi = \begin{cases} +\frac{V_0}{2} peS_1 \\ -\frac{V_0}{2} peS_2 \end{cases} \quad (1.23.)$$

$\Phi$  se poate determina ușor când configurația liniilor de câmp este destul de simplă.

Se determină componentele câmpului  $\underline{E}$  și  $\underline{H}$  care se propagă în direcția  $Oz$ :

$$\begin{cases} \underline{E} = \underline{E}_t = \underline{E}_0 \exp(-jk_0 z) = -\nabla_t \Phi \exp(-jk_0 z) \\ \underline{H} = \underline{H}_t = V_0 \underline{a}_3 \times \underline{E}_0 \exp(-jk_0 z) \end{cases} \quad (1.24.)$$

unde  $k_0$  este numărul de undă din ecuația undelor (Helmholtz).

Integrala de linie a lui  $\underline{E}_0$  pe o curba oarecare, între cele două conductoare, are expresia:

$$\int_{s_1}^{s_2} \underline{E}_0 \underline{dl} = \int_{s_1}^{s_2} -\nabla_t \Phi \underline{dl} = -\int_{s_1}^{s_2} \frac{d\Phi}{dt} \underline{dl} = -[\Phi(s_2) - \Phi(s_1)] = -V_0 \quad (1.25.)$$

Asociat cu câmpul electric se poate defini unda de tensiune:

$$V = V_0 \exp(-jk_0 z) \quad (1.26.)$$

deoarece în spațiul dublu conex, integrala de linie a lui  $\underline{E}_0$  între  $S_1$  și  $S_2$  este independentă de drum ( $\underline{E}_0$  este gradientul unui potențial scalar). Integrala de linie a lui  $\underline{H}$  în jurul unui conductor  $S_2$  are expresia:

$$\oint_{S_2} \underline{H}_0 \underline{dl} = \Phi \underline{J}_s \underline{dl} = I_0 \quad (1.27.)$$

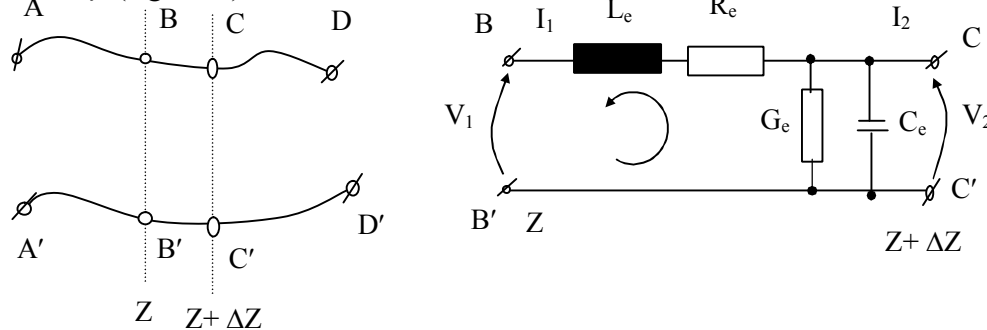
Aplicăm legea lui Ampere  $\nabla \times \underline{H} = j\omega \underline{D} + \underline{J}$  ( $\underline{D}$  nu are componenta axială  $D_z$ ) Din condițiile pe frontiera conductoarelor  $\underline{n} \times \underline{E}_0 = 0$ , și  $\underline{n} \times \underline{H}_0 = \underline{J}_s$ , unde  $\underline{n}$  este normala exterioară, iar  $\underline{J}_s$  densitatea de curent în direcția axială. La o anumită distanță de conductoare  $\nabla_t \times \underline{H}_0 = 0$ , dar integrala de linie în jurul conductoarelor este nenulă, deoarece prin acestea circulă curent. Asociat cu intensitatea câmpului magnetic se poate defini o undă de curent:

$$I = I_0 \exp(-jk_0 z) \quad (1.28.)$$

$\underline{E}_0$  și  $\underline{H}_0$  sunt independente de frecvență deoarece potențialul este independent de frecvență și reprezintă distribuția statică a câmpului între conductoare parcurse de curenți când între ele există diferență de potențial.

### 1.2.2. Ecuațiile telegraștilor

Propagarea undelor de tensiune și curent se poate asocia cu modul TEM al câmpurilor electrice și magnetice pe o linie de transmisie. Linia de transmisie se poate descrie cu ajutorul unui circuit electric cu parametrii distribuiți (fig. 1.4.).



a). b).  
Fig. 1.4. Schema echivalentă a unui tronson de linie cu două conductoare

Energia înmagazinată în câmpul magnetic este rezultatul existenței unei inductanțe  $L_e$ , dispusă în serie, iar energia înmagazinată în câmpul electric se poate asocia cu o capacitate  $C_e$  montată în paralel pe linie.

Puterea pierdută în conductoare se datorează rezistențelor  $R_e$  și  $G_e$ . Parametrii  $L_e$ ,  $C_e$ ,  $R_e$ ,  $G_e$  se mai numesc *parametrii lineici sau primari* și se definesc pe unitatea de lungime a liniei de transmisie.

În general, conductoarele liniei de transmisie sunt neuniforme iar materialul dielectric, neomogen, astfel că parametrii variază de-a lungul liniei ( $Oz$ ).

Aplicând legile lui Kirchhoff pentru tronsonul de linie de lungime  $\Delta z$ , obținem:

$$\begin{cases} V_2 - V_1 = -I_1 R_e \Delta z - L_e \frac{\partial I_1}{\partial t} \Delta z \\ -I_1 + I_2 = V_2 G_e \Delta z + C_e \frac{\partial V_2}{\partial t} \Delta z \end{cases} \quad (1.29.)$$

Dacă tensiunea în planul  $BB'$  (fig. 1.4.a) este  $V_1 = V(z)$ , în planul  $CC'$  va fi  $V_2 = V(z) + \Delta V$  Analog  $I_2 = I(z)$  și  $I_1 = I(z) + \Delta I$ .

Pentru variații infinit mici  $\Delta z \rightarrow dz$ , sistemul de ecuații devine:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial z} = -I R_e - L_e \frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial z} = -V G_e - C_e \frac{\partial V}{\partial t} \end{cases} \quad (1.30.)$$

Ecuațiile sistemului (1.30.) se numesc *ecuațiile telegrafiștilor sau ecuațiile liniilor lungi*. Din acestea se deduc tensiunea și curentul pe linie dacă se cunosc valorile tensiunii și curentului într-un punct apropiat.

Pentru semnalele monocromatice, ecuațiile telegrafiștilor devin:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial z} = -I(R_e + j\omega L_e) \\ \frac{\partial I}{\partial z} = -V(G_e + j\omega C_e) \end{cases} \quad (1.31.)$$

### 1.2.3. Ecuațiile undelor de tensiune și curent (parametrii principali ai liniei)

Ecuațiile undelor se pot obține din ecuațiile telegrafiștilor prin derivare în raport cu  $z$  în prima ecuație și în raport cu  $t$  în a doua ecuație (1.30.).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -R_e \frac{\partial I}{\partial z} - I \frac{\partial R_e}{\partial z} - L_e \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t} - \frac{\partial I}{\partial t} \frac{\partial L_e}{\partial z} \quad (1.32.)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t} = -G_e \frac{\partial V}{\partial t} - C_e \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (G_e, C_e \text{ nu variază în timp}) \quad (1.33.)$$

Presupunem că linia de transmisie este uniformă și valoarea parametrilor nu depinde de  $z$ . Ecuația (1.32.) devine:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = R_e \left( G_e V + C_e \frac{\partial V}{\partial t} \right) + L_e \left( G_e \frac{\partial V}{\partial t} + C_e \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right) \quad (1.34.)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = (R_e C_e + L_e G_e) \frac{\partial V}{\partial t} - L_e C_e \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - R_e G_e V = 0 \quad (1.35.)$$

Asemănător se determină și ecuația monodimensională a unei de curent.

Considerăm o soluție a ecuației (1.35.) de forma:

$$V = R_e [U \exp(j\omega t - \gamma z)] \quad (1.36.)$$

atunci constanta de propagare  $\gamma$  trebuie să fie o soluție a ecuației:

$$\gamma^2 - j\omega(R_e C_e + L_e G_e) + \omega^2 L_e C_e - R_e G_e = 0 \quad (1.37.)$$

În regim sinusoidal, ecuația unei de tensiune devine:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - (R_e G_e - \omega^2 L_e C_e) V - j\omega(R_e C_e + L_e G_e) V = 0 \text{ (din 1.35.)} \quad (1.38.)$$

cu soluția generală de forma:

$$V = V_d' e^{-\gamma z} + V_r' e^{\gamma z} \text{ (din 1.37.)} \quad (1.39.)$$

unde  $\gamma = \alpha + j\beta$  are forma  $\gamma = \left[ -\omega^2 L_e C_e + R_e G_e + j\omega(R_e C_e + L_e G_e) \right]$  (1.40.)

Constantele  $V_d'$  și  $V_r'$  reprezintă amplitudini constante pentru undele ce se propagă în direcțiile  $+z$  și  $-z$  (unda de tensiune directă și inversă, ce se propagă în sensuri contrarii). Analog se află și soluția ecuației unei de curent:

$$I = I_d' e^{-\gamma z} - I_r' e^{\gamma z} = Z_0^{-1} (V_d' e^{-\gamma z} - V_r' e^{\gamma z}) \quad (1.41.)$$

unde  $Z_0$  se numește *impedanța caracteristică*

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_e + j\omega L_e}{G_e + j\omega C_e}} \quad (1.42.)$$

Constantele  $V_d'$  și  $V_r'$  se determină din condițiile inițiale  $I=I_g$  și  $V=V_g$ , dacă  $z=0$  (distanța).

$$V_g = V_d' + V_r' \quad (1.43.)$$

$$Z_0 I_g = V_d' - V_r'$$

$$V_g + Z_0 I_g = 2V_d' \Rightarrow V_d' = \frac{V_g + Z_0 I_g}{2} \quad (1.44.)$$

$$V_g - Z_0 I_g = 2V_r' \Rightarrow V_r' = \frac{V_g - Z_0 I_g}{2}$$

Înlocuim în (1.39.):

$$V = \frac{U_g + Z_0 I_g}{2} e^{-\gamma z} + \frac{U_g - Z_0 I_g}{2} e^{\gamma z} \quad (1.45.)$$

$$V = U_g \left( \frac{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}}{2} \right) - Z_0 I_g \left( \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{2} \right)$$

$$V = U_g ch \gamma z - Z_0 I_g sh \gamma z \quad (1.46.)$$

Înlocuim (1.44.) în (1.41.) obținem:

$$I = \frac{U_g + Z_0 I_g}{2Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{U_g - Z_0 I_g}{2Z_0} e^{\gamma z} \quad (1.47.)$$

$$I = -\frac{U_g}{Z_0} \left( \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{2} \right) + I_g \left( \frac{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}}{2} \right)$$

$$I = -\frac{U_g}{Z_0} sh \gamma z + I_g ch \gamma z \quad (1.48.)$$

Revenim la ecuația (1.39.) și (1.41.) și obținem:

$$\begin{cases} V = V_g ch \gamma z - I_g Z_0 sh \gamma z \\ I = -\frac{V_g}{Z_0} sh \gamma z + I_g ch \gamma z \end{cases} \quad (1.49.)$$

Ecuațiile (1.49.) reprezintă ecuațiile undelor directe, de la generator la sarcină. Prin înlocuire:  $V \rightarrow V_s; I \rightarrow I_s$  și  $z \rightarrow -z$ , obținem *ecuațiile undelor reflectate*, exprimate funcție de valorile tensiunii și curentului la sarcină.

$$\begin{aligned} sh(-\gamma z) &= -sh \gamma z \\ ch(-\gamma z) &= ch \gamma z \end{aligned} \quad (1.50.)$$

Cunoscând transformările (1.50.), ecuațiile (1.49.) devin:

$$\begin{cases} I = \frac{V_s}{Z_0} sh \gamma z + I_s ch \gamma z \\ V = V_s ch \gamma z + I_s Z_0 sh \gamma z \end{cases} \quad (1.51.)$$

Undele de tensiune și curent reprezintă *parametrii principali* ai linii de transmisie.

#### 1.2.4. Parametrii secundari ai liniilor de transmisie

Impedanța caracteristică și constanta de propagare formează parametrii secundari ai liniei de transmisie și depind de geometria liniei și de frecvența semnalelor ce se propagă.

*Impedanța caracteristică* – este o mărime fără suport fizic ce se exprimă matematic printr-un număr complex:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_e + j\omega L_e}{G_e + j\omega C_e}} = |Z_0|e^{j\varphi} \quad (1.52.)$$

Deoarece în domeniul microundelor se pot face următoarele aproximări:  $\omega L_e \gg R_e$  și  $\omega C_e \gg G_e$ :

$$|Z_0| = \sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \quad (1.53.)$$

Variația modulului impedanței caracteristice și fazei cu frecvența se poate observa în fig. 1.5.

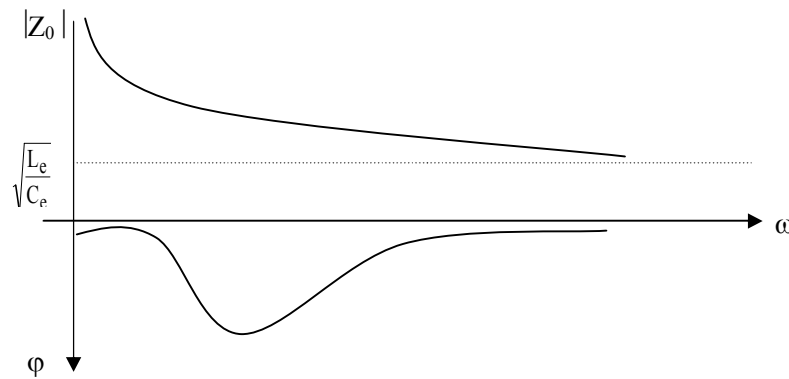


Fig. 1.5. Variația impedanței caracteristice cu frecvența

Impedanța caracteristică mai poate fi definită ca raportul undelor directe de tensiune și curent sau al undelor reflectate, dar de semn schimbat.

$$Z_c = \frac{U_d}{I_d} = -\frac{U_r}{I_r} \quad (1.54.)$$

*Constanta de propagare* – se exprimă printr-un număr complex  $\gamma = \alpha + j\beta$ , unde  $\alpha$  = partea reală reprezintă constanta de atenuare, iar  $\beta$  = partea imaginară este constanta de fază.

$$\gamma = \alpha + j\beta = [(R_e + j\omega L_e)(G_e + j\omega C_e)]^{0,5} \quad (1.55.)$$

Dependența neliniară de frecvență a componentelor constantei de propagare (fig. 1.6.) arată că linia de transmisie introduce distorsiuni de atenuare și de fază.

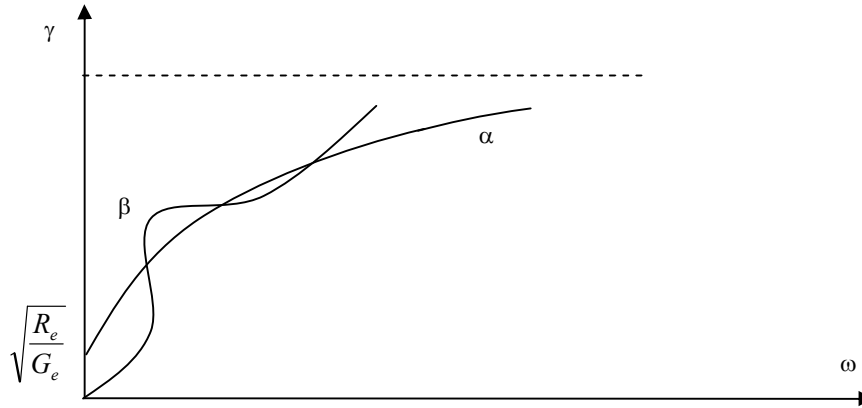


Fig. 1.6. Variația constantei de propagare cu frecvența

Dacă linia nu are pierderi,  $R_e = G_e = 0$ , rezultă,

$$\alpha = 0, \beta = \omega \sqrt{L_e C_e} \quad (1.56.)$$

Liniile realizate profesional în gama microundelor au pierderi neglijabile, astfel că acestea nu introduc distorsiuni de fază importante.

### 1.2.5. Coeficientul de reflexie

*Coeficientul de reflexie* se măsoară la distanța  $z$  de sarcină spre generator ( $-z$ ) și se definește ca raportul undelor de tensiune reflectată și directă:

$$\Gamma_u = \frac{U_r e^{-\gamma z}}{U_d e^{\gamma z}} = \frac{U_S - I_S Z_0}{U_S + I_S Z_0} e^{-2\gamma z} \quad (1.57.)$$

Asemănător se poate defini și un raport al undelor de curent ( $\Gamma_i$ ) egal cu coeficientul de reflexie în tensiune dar cu semn schimbat. Coeficientul de reflexie la sarcină are expresia:

$$\Gamma_S = \frac{U_S - I_S Z_0}{U_S + I_S Z_0} = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = |\Gamma_S| e^{j\varphi_0} \quad (1.58.)$$

Se observă că pe linia de transmisie, faza coeficientului de reflexie se modifică de două ori mai repede (1.57.) decât faza tensiunii sau curentului (1.58.). Tensiunea și curentul pe linie se pot exprima funcție de coeficientul de reflexie:

$$\begin{cases} U = U_d + U_r = U_d(1 + \Gamma) \\ I = I_d - I_r = I_d(1 - \Gamma) \end{cases} \quad (1.59.)$$

*Raportul de undă staționar* se definește ca:

$$\sigma = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{U_M}{U_m} \quad (1.60.)$$

De-a lungul linie de transmisie, valoarea raportului de undă staționară și modulul coeficientului de reflexie nu depind de poziția de analiză.

Pentru sarcini pasive, raportul de undă staționară este supraunitar iar modulul coeficientului de reflexie este subunitar. Inversul raportului de unda staționara se numește *coeficientul de undă progresivă* (K.U.P).

$$K.U.P. = \frac{1}{\sigma} \quad (1.61.)$$

### 1.2.6. Tipuri de linii de transmisie cu două conductoare

Liniile de transmisie cu două conductoare întâlnite în practică au o diversitate constructivă determinată de cerințele impuse referitoare la pierderi (randament), radiații parazite minime, influență minimă din partea câmpurilor electromagnetice exterioare.

Din punct de vedere constructiv, liniile de transmisie se clasifică în:

- a). linii aeriene – bifilare
  - plan-paraiele
- b). linii izolate – bifilare
- c). linii ecranate – bifilare
  - coaxiale

a). *Linia aeriană bifilară* sau deschisă (fig 1.7.) se compune din două conductoare electrice paralele dispuse la o distanță  $a \leq \frac{\lambda}{4}$  menținută constantă cu ajutorul unor suporturi dielectrice.

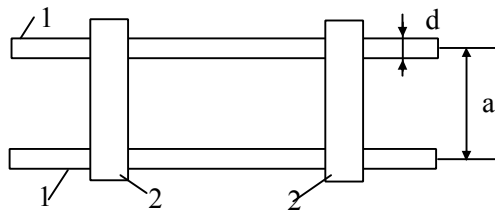


Fig. 1.7. Linia aeriană bifilară  
1 – conductoare electrice  
2 – suporturi izolatori

Avantajul principal al liniei bifilare aeriene este simplitatea constructivă și deci preț de cost redus.

Linia aeriană bifilară prezintă și dezavantaje : - pierderi de energie determinate de radiațiile spre exterior la frecvențe ridicate (>200 MHz);

- influența câmpurilor electromagnetice exterioare ce duc la distorsionarea semnalului transmis;
  - sensibilitate la acționări mecanice;
  - creșterea pierderilor de energie sub influența factorilor atmosferici;
- Pentru micșorarea pierderilor este indicat ca transmiterea energiei printr-o astfel de linie să se facă la un curent mic și o tensiune ridicată.

Parametrii lineici ai liniei aeriene se determină cu relațiile de mai jos.

*Inductanta lineica:*



$$L_e = 0,921 \cdot 10^{-6} \lg \frac{a-r}{r} [H/m] \quad (1.62.)$$

unde  $a$  – distanța între centrele conductoarelor  
 $r$  – raza conductorului

$$\text{sau} \quad L_e = 0,4 \cdot 10^{-6} \ln \frac{2a}{d} [H/m] \quad (1.63.)$$

Capacitatea lineică:

$$C_e = \frac{12,06 \cdot \varepsilon_r}{\lg \frac{a-r}{r}} 10^{-12} [F/m] \quad (1.64.)$$

$$\text{sau} \quad C_e = \frac{27,8 \varepsilon_r}{\ln \frac{2a}{d}} [F/m] \quad (1.65.)$$

unde  $\varepsilon_r$  – permitivitatea electrică relativă a spațiului dintre conductoare

$$R_e = \frac{8,3 \sqrt{f}}{r} 10^{-6} [\Omega/m] \quad (1.66.)$$

$$\text{sau} \quad R_e = \frac{16,64}{d(cm)} \sqrt{f} 10^{-6} [\Omega/m] \quad (1.67.)$$

unde  $f$  – frecvența oscilațiilor electromagnetice transmise prin linie [Hz].

$G_e$  – depinde de proprietățile electrice ale dielectricului dintre conductoare și de frecvența oscilațiilor transmise. Se măsoară în  $(\Omega m)^{-1}$ .

Impedanța caracteristică a liniei aeriene bifilare se determină cu relația:

$$Z_0 = 276 \lg \frac{a}{r} = 120 \ln \frac{2a}{d} [\Omega] \quad (1.68.)$$

unde –  $a$  – distanța între conductoare

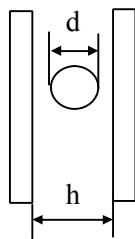


Fig. 1.8.. Linie aeriană plan-paralelă

Pentru linia aeriană *plan-paralelă* (de obicei de lungime scurtă), impedanța caracteristică se determină cu relația:

$$Z_0 = 138 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \lg \left( 1,27 \frac{h}{d} \right) = 60 \ln \frac{4h}{\pi d} [\Omega] \quad (1.69.)$$

unde  $h$  – distanța între conductoarele plane  
 $d$  – diametrul conductorului rotund

b). *Linia izolată bifilară* (fig. 1.9.) se compune din două conductoare electrice paralele, izolate fiecare cu dielectric de frecvență foarte înaltă.

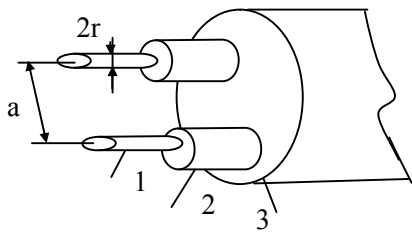


Fig.1.9. Linie izolată bifilară  
1 – conductori; 2 – dielectrice de FFI;  
3 – izolație exterioară.

Dielectricul folosit suportă o tensiune de străpungere mai mare decât aerul în cazul liniilor aeriene, ceea ce permite transmiterea unor puteri mai mari prin linia bifilară izolată. Linia bifilară izolată este protejată cu o izolație exterioară la lovitură, deformări și acțiunile agenților atmosferici.

Fiind compactă, linia izolată bifilară este comodă în lucrările de montaj și întreținere. Dezavantajele principale ale acestui tip de linie sunt:

- radiația în exterior cu creșterea frecvenței semnalului transmis;
- influența câmpurilor electromagnetice exterioare.

Impedanța caracteristică a liniei izolate bifilare se determină cu relația:

$$Z_0 = \frac{276}{\sqrt{\epsilon_r}} \lg \frac{a-r}{r} [\Omega] \quad (1.70.)$$

c). *Linii ecranate* folosesc o împletitură metalică (Cu) numită “ecran” pentru înlăturarea radiației exterioare (efect de antenă) și protecția liniei la influența câmpurilor electromagnetice exterioare.

*Linia ecranată bifilară* – se compune din două conductoare electrice paralele (fig 1.10.) introduse în același dielectric de frecvență foarte înaltă. Dielectricul este acoperit cu ecranul realizat din împletitura metalică și toată construcția este acoperită cu un strat izolator.

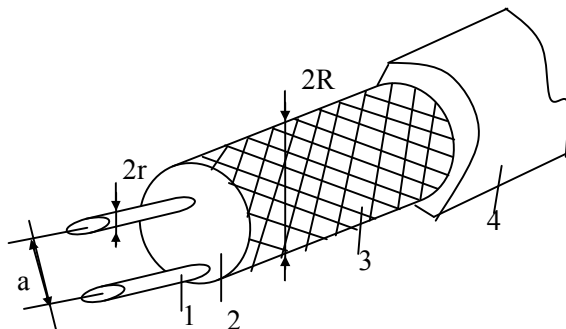


Fig. 1.10. Linie ecranată bifilară  
1 – conductori; 2 – dielectric de FFI;  
3 – tresă metalică; 4 – izolație exterioară.

Acest tip de linie are următoarele avantaje:

- lipsa pierderilor de energie prin radiație în exterior;
- lipsa influenței câmpurilor electromagnetice exterioare;
- lipsa influenței factorilor atmosferici;
- simplitate, ușurință în instalare, montare;
- posibilitatea instalării sub pământ și în apă.

Impedanța caracteristică se determină cu relația:

$$Z_0 = \frac{276}{\sqrt{\epsilon_r}} \lg \frac{a(1-c^2)}{r(1+c^2)} [\Omega] \text{ unde } c = \frac{a}{2R} \quad (1.71.)$$

*Linia coaxială* (fig 1.11.) se compune dintr-un conductor interior dispus axial în interiorul unui conductor exterior cilindric.

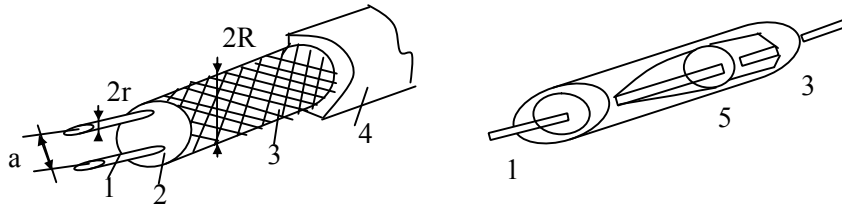


Fig. 1.11. Linie coaxială  
1 – conductor interior; 2 – dielectric; 3 – conductor exterior (ecran);  
4 – izolație exterioară; 5 – șaibă dielectrică

Conductorul exterior este realizat din impletitură metalică din Cu sau cilindru metalic rigid. Cei doi conductori (interior și exterior) sunt izolați prin dielectric de FFI elastic, compact sau prin izolatoare dielectrice (5 din fig. 1.11.). Liniile coaxiale au toate avantajele celorlalte tipuri de linii :

- permit transmiterea unei game largi de frecvențe;
- nu sunt influențate ale câmpurilor electromagnetice exterioare;
- pierderile de energie în linie sunt mici;
- mărimea tensiunii de străpungere depinde de raportul razelor conductorilor interior și exterior;
- nu au pierderi prin radiație exterioară.

Parametrii lineici ai liniei coaxiale se determină cu relațiile de mai jos.

*Inductanta lineica:*

$$L_e = 0,46 \cdot 10^{-6} \lg \frac{R}{r} [H/m] \quad (1.72.)$$

$$\text{sau} \quad L_e = 0,2 \cdot 10^{-6} \ln \frac{D}{d} [H/m] \quad (1.73.)$$

unde  $R$  – raza cercului interior al conductorului exterior;

$r$  – raza conductorului interior

*Capacitatea lineica:*

$$C_e = \frac{24,1 \varepsilon_r}{\lg \frac{R}{r}} 10^{-12} [F/m] \quad (1.74.)$$

$$\text{sau} \quad C_e = \frac{55,5 \varepsilon_r}{\ln \frac{D}{d}} 10^{-12} [F/m] \quad (1.75.)$$

*Rezistența lineica:*

$$R_e = 4,2 \sqrt{f} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) 10^{-6} [\Omega/m] \quad (1.76.)$$

unde  $f$  – frecvența oscilațiilor electromagnetice transmise prin linie [Hz]

Impedanța caracteristică a liniei coaxiale se determină cu relația:

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) [\Omega] \quad (1.77.)$$

unde  $D = 2R$  - diametrul conductorului exterior

$d = 2r$  - diametrul conductorului interior

sau

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon_r}} \lg\left(\frac{D}{d}\right) [\Omega] \quad (1.78.)$$

Raportul  $\frac{D}{d}$  determină și mărimea pierderilor de energie în rezistența activă, mărimea puterii transmise și mărimea tensiunii de străpungere.

### 1.3.Regimuri de propagare

Din soluția ecuației telegraștilor se observă că tensiunea și curentul reprezintă suma a două unde : directă și reflectată. Amplitudinile acestor unde variază de-a lungul direcției de propagare, legea de variație fiind impusă de relația între impedanța de sarcină și impedanța caracteristică.

Presupunând că linia nu are pierderi ( $\alpha=0$ ) și ținând cont de relațiile lui Euler (1.79.), tensiunea și curentul vor fi descrise de relațiile (1.80.):

$$\sin \beta z = \frac{e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}}{2j} = jshj\beta z \quad (1.79.)$$

$$\cos \beta z = \frac{e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}}{2} = chj\beta z$$

$$U(z) = U_S \cos \beta z + jZ_0 I_S \sin \beta z \quad (1.80.)$$

$$I(z) = j \frac{U_S}{Z_0} \sin \beta z + I_S \cos \beta z$$

În funcție de valoarea impedanței de sarcină pe linia de transmisie se pot stabili regimurile: adaptat, undă staționară sau mixt.

#### 1.3.1. Regimul adaptat

Regimul de propagare adaptat apare când  $Z_s = Z_0$  și se mai numește *regim de undă progresivă*. Ecuațiile (1.80.) devin:

$$\begin{cases} U = I_s Z_0 e^{j\beta z} \\ I = I_s e^{j\beta z} \end{cases} \quad (1.81.)$$

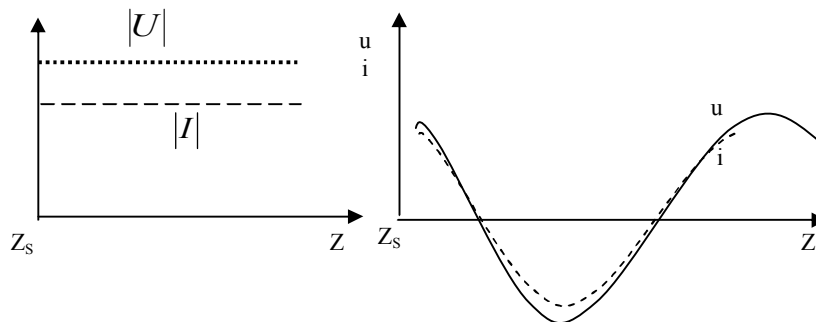


Fig.1.12. Distribuția tensiunii și curentului la regimul adaptat.

Amplitudinile tensiunii și curentului nu depind de  $z$  (fig 1.12.).

Valorile instantanee ale tensiunii și curentului vor avea expresiile:

$$u(z, t) = Z_0 I_s \cos(\beta z + \omega t) \quad (1.82.)$$

$$i(z, t) = I_s \cos(\beta z + \omega t) \quad (1.83.)$$

Unda se deplasează de la generator la sarcină ca o undă progresivă iar tensiunea și curentul pe linie sunt egale cu tensiunile și curenții direcți. Regimul adaptat este modul ideal de transmisie a energiei prin linii, puterea transmisă sarcinii având valoare maximă:  $P_s = 0,5 I_s^2 Z_0$

### 1.3.2. Regimul de undă staționară

Când impedanța de sarcină are valori particulare de forma:  $Z_s = 0$  (linie în scurt circuit);  $Z_s = \infty$  (linie în gol);  $Z_s = jX_s$  (linie terminată pe sarcină pur reactivă), în linia de transmisie se stabilește un regim de undă staționară corespunzător.

#### 1.3.2.1. Linia în scurt circuit

Regimul în scurtcircuit este un regim particular ce apare pe linia de transmisie când  $Z_s = 0$ , ( $U_s \geq 0$ ). Din sistemul de ecuații (1.80.) rezultă:

$$\begin{cases} V = jZ_0 I_s \sin \beta z \\ I = I_s \cos \beta z \end{cases} \quad (1.84.)$$

Amplitudinile celor două unde variază armonic în raport cu parametrul  $z$  cu minime de valoare nulă iar puterea pe linie are caracter pur reactiv (tensiunea și curentul sunt decalate la  $\frac{\pi}{2}$ ). După cum se observă în fig. 1.13.

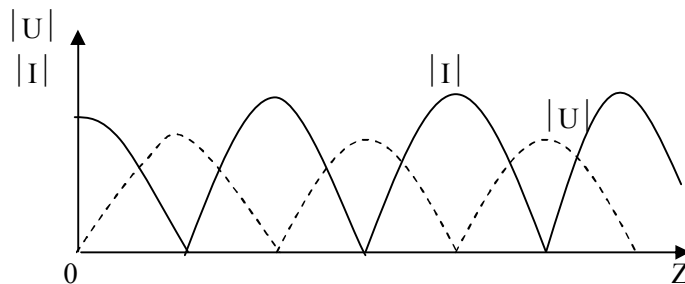


Fig.1.13.Distribuția tensiunii și curentului la regimul de scurtcircuit

Valorile instantanee ale tensiunii și curentului se descriu cu relațiile:

$$\begin{cases} u(z,t) = -Z_0 I_S \sin \beta z \sin \omega t \\ i(z,t) = I_S \cos \beta z \cos \omega t \end{cases} \quad (1.85.)$$

### 1.3.2.2. Linia în gol

Acest regim apare când  $Z_S \rightarrow \infty, (I_S \rightarrow 0)$ . Înlocuind în sistemul de ecuații (3.2), obținem:

$$\begin{cases} I = j \frac{U_S}{Z_0} \sin \beta z \\ V = U_S \cos \beta z \end{cases} \quad (1.86.)$$

cu valorile instantanee:

$$\begin{cases} i(z,t) = -U_S Z_0^{-1} \sin \beta z \sin \omega t \\ u(z,t) = U_S \cos \beta z \cos \omega t \end{cases} \quad (1.87.)$$

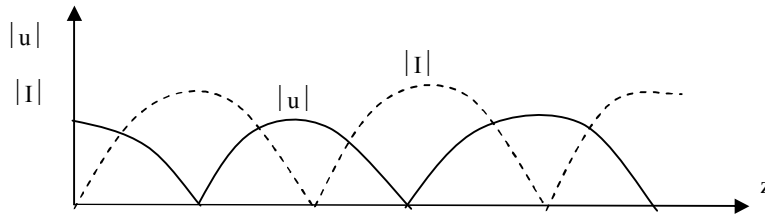


Fig. 1.14. Distribuția tensiunii și curentului la regimul în gol

În fig. 1.14. este reprezentată distribuția tensiunii și curentului în regimul în gol. Se observă menținerea unui decalaj spațio-temporal de  $90^\circ$  între cele două unde, iar puterea activă transmisă prin linie este nulă.

### 1.3.2.3. Linia terminală pe o sarcină pur reactivă

Acest regim se stabilește când  $Z_S = jX_S$  și  $U_S = Z_S I_S$ , adică  $U_S = jX_S I_S$ . Ecuațiile (1.80.) devin:

$$\begin{cases} U(z) = U_S \left( \cos \beta z + \frac{Z_0}{X_S} \sin \beta z \right) \\ I(z) = I_S \left( \cos \beta z - \frac{X_S}{Z_0} \sin \beta z \right) \end{cases} \quad (1.88.)$$

Notăm raportul  $\frac{Z_0}{X_S} = \operatorname{tg} \psi$  și obținem:

$$\begin{cases} U(z) = \frac{U_S}{\cos \psi} \cos(\beta z - \psi) \\ I(z) = -\frac{I_S}{\sin \psi} \sin(\beta z - \psi) \end{cases} \quad (1.89.)$$

Distribuția tensiunii și curentului este prezentată în fig. 1.15.:

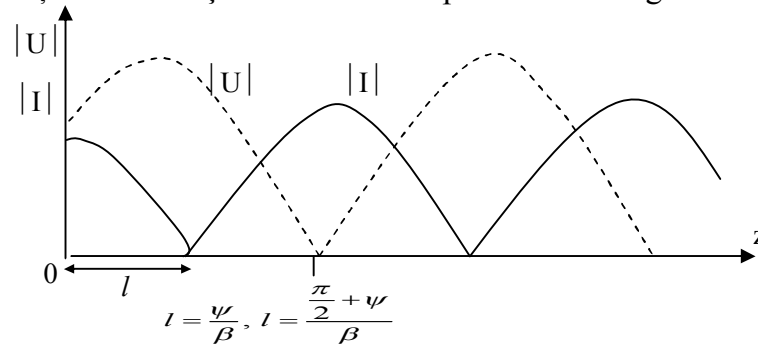


Fig. 1.15. Distribuția tensiunii și curentului pe linia terminată pe sarcină pur reactivă

Din relațiile (1.89.) rezultă că minimele distribuției curentului sunt nule când  $\beta Z_m - \psi = n\pi, n \in Z$  (1.90.)

iar pentru tensiune, când

$$\beta Z_m - \psi = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z \quad (1.91.)$$

### 1.3.2.4. Regimul de unde mixt

Sunt situații când impedanța de sarcină are o valoare complexă cu partea reală nenulă, obținându-se un regim intermediar, între adaptat și staționar.

În acest caz,  $Z_S \neq Z_0$  cu excepția  $Z_S = \begin{cases} 0 \\ \infty \\ jX_S \end{cases}$  există simultan

unde progresive și staționare (fig. 1.16.):

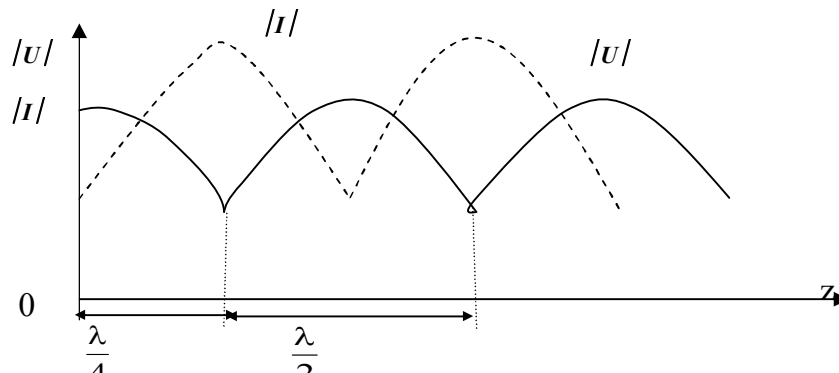


Fig. 1.16. Distribuția tensiunii și curentului în regim de unde mixt.



$$U = U_d + U_r = U_d \left( 1 + \frac{U_r}{U_d} \right) = U_d (1 + \Gamma) \quad (1.92.)$$

$$\Gamma = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} e^{-2\gamma z}, \quad \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \rho e^{j\varphi_S} \quad (1.93.)$$

Presupunem  $\alpha = 0$  și obținem:

$$\Gamma = \rho e^{j\varphi_S} e^{-2j\beta z} = \rho e^{j(\varphi_S - 2\beta z)} \quad (1.94.)$$

Notăm  $\varphi_S - 2\beta z = \varphi$  și obținem  $\Gamma = \rho e^{j\varphi}$

$$\text{iar } \left| \frac{U}{U_d} \right| = \sqrt{(1 + \rho \cos \varphi)^2 + \rho^2 \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 + 2\rho \cos \varphi + \rho^2} \quad (1.95.)$$

$$\text{deoarece } \left| \frac{U}{U_d} \right| = 1 + \Gamma = 1 + \rho(j \sin \varphi + \cos \varphi) = 1 + \rho \cos \varphi + j\rho \sin \varphi$$

### 1.3.3. Transmiterea energiei electromagnetice pe linii

Soluțiile ecuațiilor telegrafistilor prezintă tensiunile și curentul analizate la distanța  $z$  de sarcină, astfel că putem înlocui ansamblul format din impedanța de sarcină  $Z_S$  și tronsonul de linie cu o impedanță, numită *impedanță de intrare*.

a).  $Z_{int}$  a liniei terminate pe o sarcină complexă

$$Z_{int} = \frac{U}{I} = Z_i = \frac{U_S \operatorname{ch} \gamma z + Z_0 I_S \operatorname{sh} \gamma z}{\frac{U_S}{Z_0} \operatorname{sh} \gamma z + I_S \operatorname{ch} \gamma z} \quad (1.96.)$$

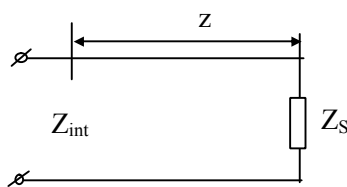


Fig.1.17. Linia terminată pe o sarcină complexă

Simplificăm cu  $I_S \operatorname{ch} \gamma z$  și obținem:

$$Z_S = Z_0 \frac{Z_S + Z_0 \operatorname{th} \gamma z}{Z_0 + Z_S \operatorname{th} \gamma z} \quad (1.97.)$$

Exprimăm tensiunea și curentul în funcție de mărimile directe și reflectate:

$$Z_i = \frac{U}{I} = \frac{U_d + U_r}{I_d - I_r} = \frac{U_d (1 + \Gamma)}{I_d (1 - \Gamma)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (1.98.)$$

Stiind ca  $Z_0 = \frac{U_d}{I_d}$  si  $\sigma = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$  (raport de unda stationara),

$$\Gamma = \frac{U_r}{U_d} = -\frac{I_r}{I_d}, \text{ rezulta } Z_i = \sigma Z_0 \quad (1.99)$$

b). *Z<sub>sint</sub> a liniei fără pierderi*

Dacă linia nu are pierderi,  $\alpha = 0, \gamma = j\beta \Rightarrow th\gamma z = jt g\beta z$  și obținem:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_S + jZ_0 tg\beta z}{Z_0 + jZ_S tg\beta z} \quad (1.100.)$$

Dacă  $Z_S = Z_0 \Rightarrow Z_i = Z_0$ , adică în orice punct al liniei impedanța este egală cu impedanța caracteristică.

b<sub>1</sub>). *Linia fără pierderi, terminată în scurtcircuit*

$$\text{Dacă } Z_S = 0, Z_i = jZ_0 tg\beta l \quad (1.101.)$$

Unde  $l$  = lungimea liniei

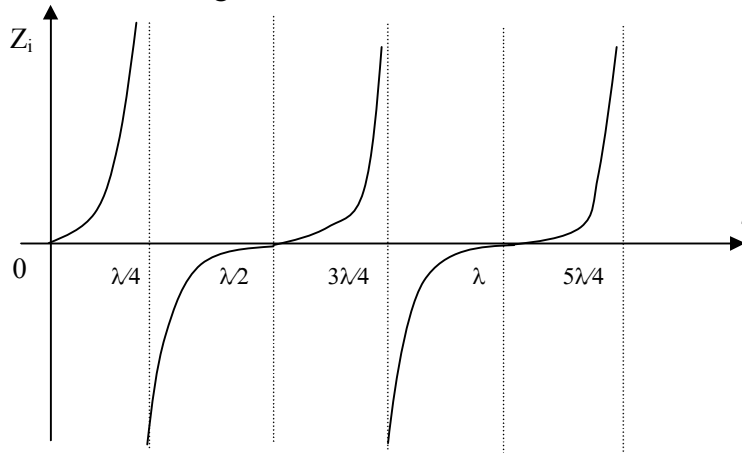


Fig. 1.18. Variația reactanței cu lungimea liniei în scurtcircuit

Din relația (1.101.) și figura 1.18. se observă că impedanța de intrare a unei linii în scurtcircuit este o reactanță pură, inductivă pentru  $l < \frac{\lambda}{4}$ ,

periodică cu perioada  $\frac{\lambda}{2}$

$$\text{Deoarece } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c} \quad (1.102.)$$

$$X_{L_e} = Z_0 tg\left(\frac{2\pi f}{c}l\right) \quad (1.103.)$$

$$\omega L_e = Z_0 tg\left(\frac{2\pi f}{c}l\right) \quad (1.104.)$$

$$L_e = \frac{Z_0 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi f}{c}\right) l}{2\pi f} \quad (1.105.)$$

$$\text{Dacă } l \ll \frac{\lambda}{2\pi}, \text{ atunci } \operatorname{tg}\beta l \cong \beta l \text{ și } L_e = \frac{Z_0}{c} l \quad (1.106.)$$

b<sub>2</sub>). *Linia fără pierderi, terminată în gol*

Dacă în relația (1.100.),  $Z_s = \infty$  rezultă că:

$$Z_i = -jZ_0 \operatorname{ctg}\beta l \quad (1.107.)$$

Reprezentarea grafică a impedanței de intrare a liniei în gol se observă în figura 1.19.

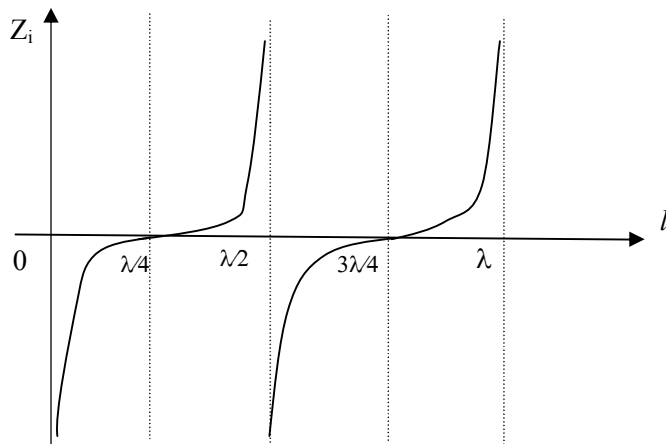


Fig. 1.19. Variația reactanței cu lungimea liniei în gol

Impedanța de intrare a liniei în gol este o reactanță pură, capacitivă pentru  $l < \frac{\lambda}{4}$  și periodică cu perioada  $\frac{\lambda}{2}$ .

Dacă  $\beta l$  este mic ( $l \ll \lambda$ ), atunci

$$Z_i = -jZ_0 \frac{1}{\beta l} = -jZ_0 \frac{1}{\left(\frac{\omega}{c}\right) l} \quad (1.108.)$$

$$\frac{1}{Z_i} = \frac{1}{-jZ_0 \operatorname{ctg}\beta l} = j \frac{1}{Z_0 \operatorname{tg}\beta l} \quad (1.109.)$$

b<sub>3</sub>). *Impedanța de intrare a liniei cu pierderi mici terminată în scurtcircuit*

Dacă în relația impedanței de intrare a liniei lungi cu pierderi (1.97.) înlocuim:

$$th\gamma l = th(\alpha l + j\beta l) = \frac{th\alpha l + jt g\beta l}{1 + jth\alpha lt g\beta l} \quad (1.110.)$$

Obținem:

$$Z_1 = Z_0 \frac{Z_s(1 + jth\alpha lt g\beta l) + Z_0(th\alpha l + jt g\beta l)}{Z_0(1 + jth\alpha lt g\beta l) + Z_s(th\alpha l + jt g\beta l)} \quad (1.111.)$$

Când  $l \rightarrow \infty$ ,  $th\alpha l \rightarrow 1$  și deci

$$Z_i \cong Z_0 \frac{(Z_s + Z_0)(1 + jt g\beta l)}{(Z_0 + Z_s)(1 + jt g\beta l)} = Z_0 \quad (1.112.)$$

Din această relație se observă că unda reflectată se atenuază, devine neglijabilă, astfel că la intrarea liniei există numai unda directă de tensiune și curent, al căror raport este egal cu impedanța caracteristică și totodată cu impedanța de intrare.

Pentru linia cu pierderi mici terminată în scurtcircuit, cu  $\alpha > 0$  și  $Z_s = 0$ , înlocuim în relația (1.97.) și obținem:

$$Z_i = Z_0 th\gamma z, \text{ unde } \gamma = \alpha + j\beta \text{ și } z = l \quad (1.113.)$$

$$Z_i = Z_0 th[(\alpha + j\beta)l] = Z_0 \frac{th\alpha l + thj\beta l}{1 + th\alpha lthj\beta l} \quad (1.114.)$$

Pentru pierderi mici ( $\alpha$  foarte mic),  $th\alpha l \cong \alpha l$  și rezultă

$$Z_i = Z_0 \frac{\alpha l + jth\beta l}{1 + j\alpha lth\beta l} \quad (1.115.)$$

$$\text{Pentru } l = \frac{\lambda}{4}, \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ iar } Z_{id} = \frac{Z_0}{\alpha l} \quad (1.116.)$$

Relația de mai sus se numește *impedanța de intrare derivație* ( $Z_{id}$ ) deoarece o linie de lungime  $\frac{\lambda}{4}$  în scurtcircuit se comportă ca un circuit oscilant derivație.

Pentru  $l = \frac{\lambda}{2}$  rezultă  $\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$  și obținem:

$$Z_{is} = Z_0 \alpha l \quad (1.117.)$$

$Z_{is}$  *impedanța de intrare serie*, deoarece o linie de lungime  $\frac{\lambda}{2}$  în scurtcircuit se comportă ca un circuit oscilant serie.

Valorile finite ale lui  $Z_{id}$ ,  $Z_{is}$  arată că la liniile reale cu pierderi, în punctele de rezonanță, impedanțele nu sunt infinite sau nule, ci foarte mari sau foarte mici.

### 1.3.4. Linia de transmisie ca element de circuit

În linia de transmisie terminată pe o impedanță de sarcină complexă se stabilește un regim mixt de propagare a undelor (progresive și staționare). Coeficientul de reflexie se exprimă prin relația:

$$\Gamma = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} e^{-2\gamma z}, \text{ unde } \gamma = \alpha + j\beta \text{ și}$$

$$\Gamma_s = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \rho e^{j\varphi_s} = |\Gamma_s| e^{j\varphi_s} \quad (1.118.)$$

$$\Gamma = |\Gamma_s| e^{j\varphi_s} e^{-2\gamma z} = |\Gamma_s| e^{-2\alpha z} e^{j(\varphi_s - 2\beta z)} = \rho e^{-2\alpha z} e^{j\varphi}$$

unde  $\rho = |\Gamma_s|$ ,  $\varphi = \varphi_s - 2\beta z$  (1.119.)

Dacă linia nu are pierderi,  $\alpha = 0, \Rightarrow \Gamma = \rho e^{j\varphi}$  și relația  $Z_i = \sigma Z_0$  devine:

$$Z_i = Z_0 \frac{1 + \rho e^{j\varphi}}{1 - \rho e^{j\varphi}} \quad (1.120.)$$

$$\frac{Z_i}{Z_0} = \frac{1 + \rho e^{j\varphi}}{1 - \rho e^{j\varphi}} \text{ (impedanță de intrare normalată)} \quad (1.121.)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_i}{Z_0} &= \frac{1 + \rho \cos \varphi + j\rho \sin \varphi}{1 - \rho \cos \varphi - j\rho \sin \varphi} = \frac{[(1 + \rho \cos \varphi) + j\rho \sin \varphi][(1 - \rho \cos \varphi) + j\rho \sin \varphi]}{(1 - \rho \cos \varphi)^2 + \rho^2 \sin^2 \varphi} = \\ &= \frac{1 - \rho^2 \cos^2 \varphi - \rho^2 \sin^2 \varphi + j(\rho \sin \varphi + \rho^2 \sin \varphi \cos \varphi + \rho \sin \varphi - \rho^2 \sin \varphi \cos \varphi)}{1 - 2\rho \cos \varphi + \rho^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)} = \quad (1.122) \\ &= \frac{1 - \rho^2}{1 - 2\rho \cos \varphi + \rho^2} + j \frac{2\rho \sin \varphi}{1 - 2\rho \cos \varphi + \rho^2} = R_{inorm} + jX_{inorm} \end{aligned}$$

$$\text{Pentru } \varphi = 0, R_{inorm} = \frac{1 - \rho^2}{(1 - \rho^2)^2} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \sigma \quad (1.123.)$$

Constatăm că dacă:

$\varphi \in (0, \pi) \Rightarrow Z_i =$  corespunde unui rezistor în serie cu condensator

$\varphi \in (\pi, 2\pi) \Rightarrow Z_i =$  corespunde unui rezistor în serie cu bobină

$\varphi = \pi \Rightarrow Z_i =$  pur rezistiv, cu rezistență foarte mică, echivalenta cu un circuit *RLC* serie la rezonanță;

$\varphi = 2\pi \Rightarrow Z_i =$  pur rezistiv, cu rezistență foarte mare, echivalent cu un circuit *RLC* derivație la rezonanță

### 1.3.5. Diagrama circulară (Smith)

Determinarea impedanțelor ce se obțin pe linia de transmisie cu aceeași precizie la valori foarte mici sau foarte mari ale mărimilor componente  $R$  și  $X$ , este ușurată de folosirea unei reprezentări circulare propusă de Smith în 1936. Această reprezentare se numește *diagramă circulară sau diagrama Smith* și stabilește legătura între impedanță și coeficientul de reflexie al unei linii de transmisie.

Transformarea impedanței de intrare a liniei de transmisie din planul complex cu semidrepte de rezistență și reactanțe constante fig. 1.20., în cercuri ortogonale, are avantajul aducerii valorilor infinite la distanță finită.

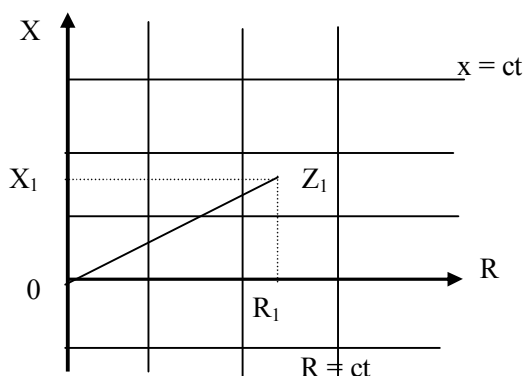


Fig. 1.20. Reprezentarea în coordonate carteziene

Coeficientul de reflexie exprimat în funcție de impedanță  
 $\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$  iar impedanța de intrare normalată:  $\frac{Z}{Z_0} = r + jx$  (1.124.)

$$\text{Considerăm } \Gamma = U + jV = \frac{\frac{Z}{Z_0} - 1}{\frac{Z}{Z_0} + 1} = \frac{r - 1 + jx}{r + 1 + jx} \quad (1.125.)$$

$$\text{Raționalizăm numitorul: } U + jV = \frac{r^2 - 1 + x^2 + j2x}{(r + 1)^2 + x^2} \quad (1.126.)$$

cu componentele:

$$U = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r + 1)^2 + x^2} \quad (1.127.)$$

$$V = \frac{2x}{(r + 1)^2 + x^2} \quad (1.128.)$$

Eliminăm  $x$  din ultimele două relații:

$$x^2 = \frac{(r^2 - 1) - U(r + 1)^2}{U - 1} \quad (1.129.)$$

$$V^2 = \frac{4 \frac{(r^2 - 1) - U(r + 1)^2}{U - 1}}{\left[ (r + 1)^2 + \frac{(r^2 - 1) - U(r + 1)^2}{U - 1} \right]^2} \text{ sau} \quad (1.130.)$$

$$V^2 = \frac{4[(r^2 - 1) - U(r + 1)^2](U - 1)}{[(r + 1)^2(U - 1) + (r^2 - 1) - U(r + 1)^2]^2} = \frac{N}{n} \quad (1.131.)$$

După o serie de transformări, numărătorul  $N$  se poate scrie:

$$N = 4 - 4(r+1)^2 \left( U - \frac{r}{r+1} \right)^2 \quad (1.132.)$$

iar numitorul  $n$  devine

$$n = 4(r+1)^2 \quad (1.133.)$$

$$V^2 = - \left( U - \frac{r}{r+1} \right)^2 + \frac{1}{(r+1)^2} \quad (1.134.)$$

de unde rezultă:

$$\left( U - \frac{r}{r+1} \right)^2 + V^2 = \frac{1}{(r+1)^2} \quad (1.135.)$$

Această relație permite reprezentarea părții reale a unei impedanțe normale  $z$  în planul complex  $U + jV$  al coeficientului de reflexie  $\Gamma$ . Această dependență reprezintă o familie de cercuri cu centrele în punctele

$$U_0 = \frac{r}{r+1}, V = 0 \text{ și de rază } \frac{1}{r+1}.$$

Dacă  $r = 0, U^2 + V^2 = 1$ . Cercul de rază unitate are centrul în origine (fig.1.21.).

Dacă  $r = \infty$ , relația (1.135.) devine:

$$(U - 1)^2 + V^2 = 0 \quad (1.136.)$$

adică un cerc de rază nulă cu centrul în  $(1,0)$ , ca în fig. 1.22.

În diagrama circulară axa  $U$  este verticală (rotire  $-\frac{\pi}{2}$ ) iar cercurile cu  $r = ct.$  au centrele pe această axă (fig. 1.23.).

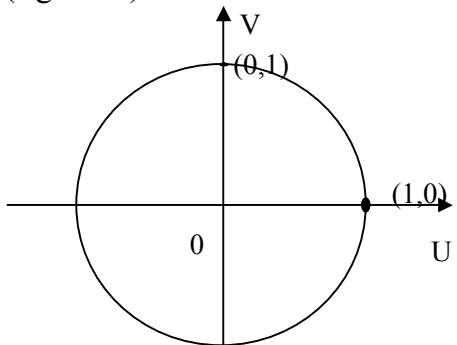


Fig. 1.21. Cercul de  $r = 0$  în coordonatele  $U, V$

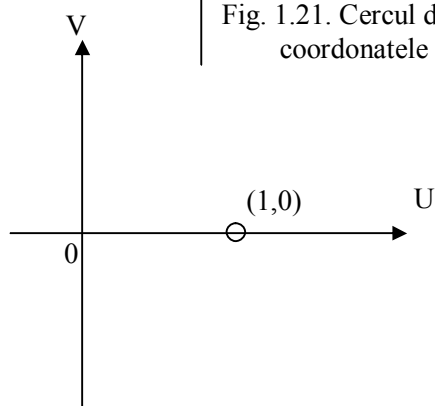


Fig. 1.22. Cercul  $r = \infty$  degenerat în punctul  $(1,0)$

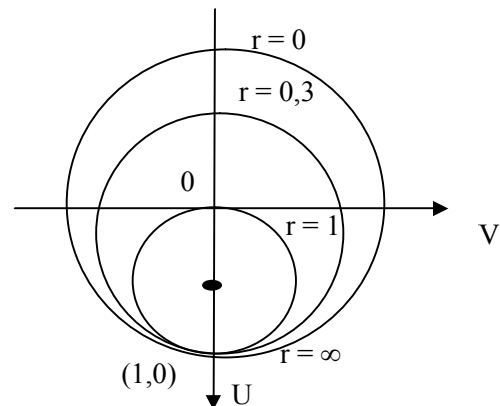


Fig. 1.23. Cercurile de rezistență constantă din diagrama circulară

Pentru  $r = I$ , cercul de rezistență constantă trece prin origine și prin punctul  $(1,0)$ :  $U^2 + V^2 - 1 = 0$  (1.137.)  
 Cercurile de reactanță constantă au centrele pe axa  $U = I$  (fig. 1.24.).

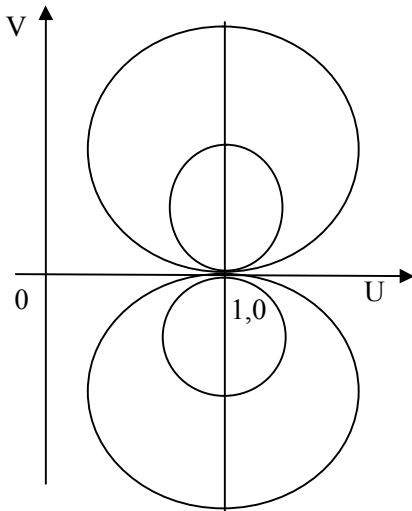


Fig. 1.24. Cercurile de reactanță constantă

Pentru aflarea curbelor de  $x = \text{ct.}$ , se elimină  $r$  din (1.128.) :

$$(r + 1)^2 = \frac{2x - Vx^2}{V} \quad (1.138.)$$

În relația (1.127.) scădem din ambii membrii  $-1$  și obținem (1.139.)

Înlocuim (1.138.) în relația (1.139.) și după o serie de transformări se obține în final:

$$(U - 1)^2 = \frac{4(r + 1)^2}{[(r + 1)^2 + x^2]^2} \quad (1.139.)$$

$$(U - 1)^2 + \left(V - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} \quad (1.140.)$$

Această expresie reprezintă o serie de cercuri cu centrele în punctele  $U_0 = 1, V_0 = \frac{1}{x}$ .

Se observă că reactanțele inductive sunt dispuse deasupra razei  $U$  iar cele capacitive dedesupt. Ambele familii de cercuri sunt trasate în diagrama Smith în interiorul cercului  $r = 0$ .

Diagrama circulară în coordonatele rotite cu  $-\frac{\pi}{2}$  este prezentată în fig. 1.25.



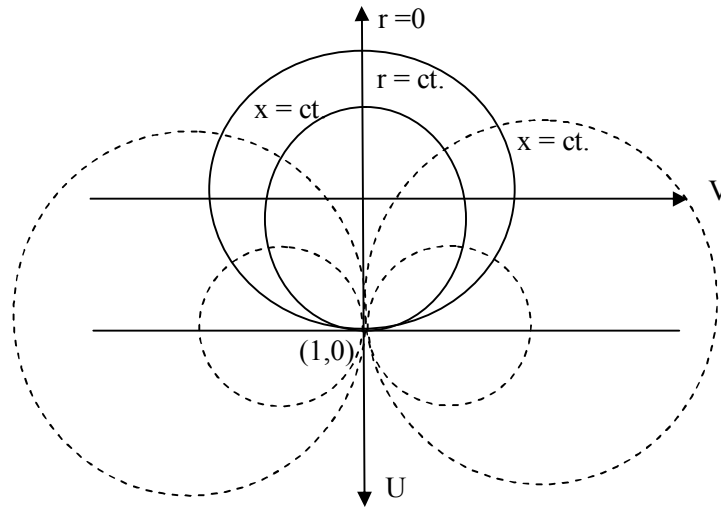


Fig. 1.25. Cercurile de rezistență și reactanță în coordonate  $U_i V$  rotite cu  $-\frac{\pi}{2}$

În diferite puncte ale liniei fără pierderi coeficientul de reflexie  $\Gamma$  își păstrează modulul constant și numai faza variază cu  $z$ . Se obțin astfel cercuri de coeficient de reflexie constant, concentrice, cu centrul în originea axelor  $U, V$ . Acestea sunt cercuri de factor de undă staționară  $\sigma = ct.$ , deoarece aceasta este determinat cu ajutorul modulului coeficientului de reflexie ( $\Gamma$ ). Când  $\Gamma = 0$ , cercul devine punctul din origine ( $\sigma = 1$ , cazul adaptării). Când  $|\Gamma| = 1$ , adică  $\sigma = \infty$ , cercul  $|\Gamma| = ct.$  se confundă cu cercul de rezistență nulă  $r = 0$ .

Cercul de contur ( $R = 0, |\Gamma| = 1, \sigma = \infty$ ) este gradat în  $l/\lambda$  (lungimea pe linie raportată la lungimea de undă) și corespunde  $l = \frac{\lambda}{2}$  sau  $\left(\frac{l}{\lambda} = 0,5\right)$ .

Cu ajutorul cercurilor  $|\Gamma| = ct.$  (sau  $\sigma = ct.$ ) se poate determina distribuția tensiunii (sau curentului) pe linia de transmisie pentru o sarcină sau un factor de undă staționară  $\sigma$  cunoscut. Pe linia de transmisie, undele directă și reflectată au amplitudinile constante în toate punctele liniei iar defazajul variază,  $\beta z$  fiind pentru unda directă și  $-\beta z$  pentru unda reflectată.

Dacă amplitudinea undei directe se consideră unitate, fazorul undă reflectată se deplasează pe cercul  $|\Gamma| = ct. = \frac{|U_r|}{|U_d|} = |U_r|$  după cum se observă în figura 1.26.

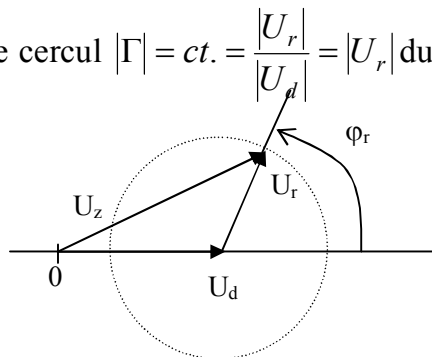


Fig. 1.26. Tensiunea în orice punct al liniei

Scara radiala a diagramei Smith permite determinarea modulului coeficientului de reflexie iar unghiul față de axa orizontală, argumentul acestuia.

Diagrama Smith se poate folosi și pentru admitanțe:  $Y = G + jB$ . Dacă  $Y_0 = 1/Z_0$  este admitanță caracteristică, valorile normate ale conductanței și susceptanței, vor fi:  $g = G/Y_0$  și  $b = B/Y_0$ . Cum impedanțele și admitanțele sunt mărimi inverse, argumentele lor sunt egale și opuse. Coeficientul de reflexie nu se schimbă iar punctele figurative sunt pe același cerc de  $\sigma = ct$ . Cercurile de rezistență constantă devin de conductanță constantă iar cele de reactanță constantă devin de susceptanță constantă având susceptanța capacitivă ( $+jb$ ) deasupra axei  $U$  iar susceptanța inductivă ( $-jb$ ) sub această axă.

### 1.3.6. Adaptarea liniilor de transmisie

Transferul maxim de putere de la generator la sarcină prin liniile de transmisie este limitat de pierderile active în linie și de reflexiile datorate neadaptării.

Pierderile active în linie pot fi limitate prin utilizarea unor materiale dielectrice cu pierderi foarte mici și a unor conductoare acoperite cu metale cu conductivitate foarte mare (aur, argint., etc.).

Pierderile datorită reflexiilor se micșorează prin utilizarea circuitelor de adaptare.

În regim de adaptare puterea maximă cedată de un generator, are expresia:

$$P_{\max} = P_d = U_d I_d = |U_d|^2 Y_0 \quad (1.141.)$$

În cazul neadaptării apare o putere reflectată:

$$P_r = U_r I_r = |U_r|^2 Y_0 \quad (1.142.)$$

În sarcină se dezvoltă puterea activă:

$$P_s = P_d - P_r = P_d(1 - |\Gamma|^2) \quad (1.143.)$$

Dacă  $\alpha \neq 0$  și luăm în considerare pierderile pe linie, puterea la intrarea pe linie se obține cu relația:

$$P_i = P_d e^{2\alpha l} - P_r e^{-2\alpha l} = P_d (e^{2\alpha l} - |\Gamma|^2 e^{-2\alpha l}) \quad (1.144.)$$

Randamentul liniei de transmisie:

$$\eta = \frac{P_s}{P_i} = \frac{1 - |\Gamma|^2}{1 - |\Gamma|^2 e^{-4\alpha l}} e^{-2\alpha l} \quad (1.145.)$$

$$\text{La adaptare, } |\Gamma| = 0, \eta_{\max} = e^{-2\alpha l} \approx 1 - 2\alpha l \quad (1.146.)$$

Revenim la relația (1.145.):

$$\eta = \frac{1 - |\Gamma|^2}{1 - |\Gamma|^2 \eta_{\max}^2} \eta_{\max} \quad (1.147.)$$

Dacă nu se îndeplinește condiția de adaptare  $Z_g = Z_s$ , o parte din puterea directă se reflectă spre generator iar pe linie se stabilește un regim mixt de propagare.

Dacă părțile reale ale impedanțelor generatorului și sarcinii nu sunt nule, se pot conecta circuite pasive care să asigure un coeficient de reflexie egal în modul și cu faza inversată față de cel prezentat de sarcină, astfel că generatorul va vedea o linie adaptată.

Circuitele de adaptare se realizează din linii de transmisie, circuite cu constante concentrate sau o combinație a acestora.

Circuitele de adaptare din linii de transmisie folosesc linii neuniforme (tranziții) sau tronsoane de linii cu variația în trepte a impedanței caracteristice.

Liniile de transmisie neuniforme au impedanța caracteristică variabilă de-a lungul direcției de propagare, după o anumită lege, astfel că asigură la intrarea dispozitivului o impedanță egală cu cea a generatorului iar la ieșire cu impedanța sarcinii. Circuitul se folosește numai pentru adaptarea impedanțelor pur reale.

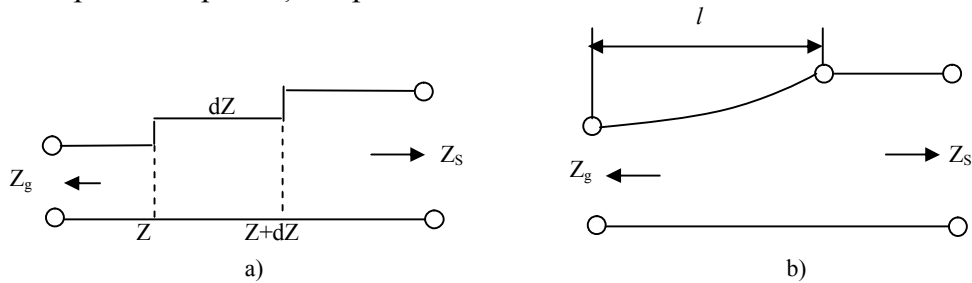


Fig.1.27. Adaptare cu linii de transmisie neuniforme: a) cu variația în trepte a  $Z_C$ ; b) cu variația continuă a  $Z_C$ .

Variația continuă a impedanței caracteristice poate fi: exponențială, hiperbolică, parabolică, oferind tranzițiile corespunzătoare pentru adaptare. Dacă părțile reale și imaginare ale impedanțelor generatorului și sarcinii se află în anumite raporturi, adaptarea se poate realiza cu un *tronson de linie*.

Considerăm un tronson de linie de lungime  $l$ , cu impedanța caracteristică  $Z_0$ , ce se termină pe o sarcină  $Z_S = R_S + jX_S$ . Impedanța de intrare a liniei se poate separa în :

- partea reală
- $$R_{IN} = \frac{Z_0^2 R_S (1 + tg^2 \theta)}{(Z_0 - X_S tg \theta)^2 + R_S^2 tg^2 \theta} \quad (1.148.)$$
- partea imaginară

$$- X_{IN} = \frac{Z_0(X_S + Z_0 \operatorname{tg} \theta)(Z_0 - X_S \operatorname{tg} \theta) - Z_0 R_S^2 \operatorname{tg} \theta}{(Z_0 - X_S \operatorname{tg} \theta)^2 + R_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta} \quad (1.149.)$$

- unde  $\theta = 2\pi l / \lambda$  reprezintă lungimea electrică a liniei de adaptare.

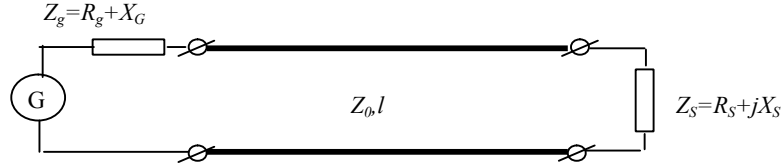


Fig.1.28.Circuit de adaptare cu un tronson de linie  
Impunând condițiile de adaptare ,  $R_{IN} = R_g$  și  $X_{IN} = X_g$ , parametrii liniei trebuie să satisfacă condițiile:

$$Z_0 = \left( R_g R_S + \frac{R_g X_S^2 - R_S X_g^2}{R_S - R_g} \right)^{0,5} \quad (1.150.)$$

$$\operatorname{tg} \theta = Z_0 \frac{R_g - R_S}{X_S R_g + X_g R_S} \quad (1.151.)$$

Coeficientul de reflexie transferat la intrare are expresia:

$$\Gamma_I = \Gamma_S e^{-2j\theta}, |\Gamma_S| = \left[ \frac{(R_S - R_g)^{0,5} + X_S^2}{(R_S + Z_0)^2 + X_S^2} \right]^{0,5} \quad (1.152)$$

cu minim pentru  $Z_0 = R_S$ , pentru care:

$$|\Gamma_S|_{\min} = |\Gamma_{in}|_{\min} = \left[ 1 + 4 \left( \frac{R_S}{X_S} \right)^2 \right]^{0,5} \quad (1.153.)$$

Dacă se consideră și reactanța generatorului nulă, lungimea electrică a liniei se determină cu relația:

$$\operatorname{tg} \theta = -\frac{X_S}{2R_S} \pm \sqrt{1 + \frac{X_S^2}{4R_S^2}} \quad (1.154.)$$

Dacă sarcina este pur rezistivă ,  $\theta = 90^\circ$ . Impedanța caracteristică a liniei este media geometrică între impedanța de sarcină și impedanța generatorului iar tronsonul de linie folosit se numește *transformator în sfert de lungime de undă*.

Pentru o bandă de frecvențe mai largă, circuitul de adaptare se realizează din mai multe tronsoane de linie, cu diferite impedanțe, conectate în cascadă.

Adaptarea cu două tronsoane de linie se poate realiza în două variante:

- tronson de linie serie cu sarcina, urmat de un tronson paralel (fig.1.29.);
- tronson paralel cu sarcina, urmat de un tronson serie(fig.1.30.).

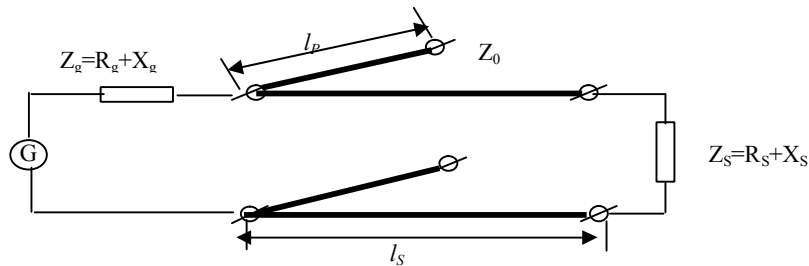


Fig.1.29. Circuit de adaptare cu tronson de linie serie-paralel.

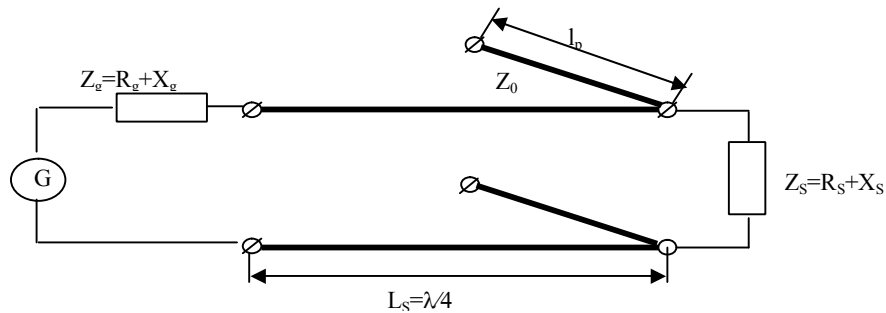


Fig.1.30. Circuit de adaptare cu tronson de linie paralel-serie.

Tronsoanele dispuse paralel cu impedanța caracteristică  $Z_0$  se termină în gol sau în scurtcircuit. Dacă sarcina trebuie să fie polarizată în curent continuu, se folosește linia paralelă în gol iar în celelalte cazuri se preferă linia paralelă în scurtcircuit deoarece nu radiază. Cele două tronsoane se pot conecta și în serie (fig.1.31.).

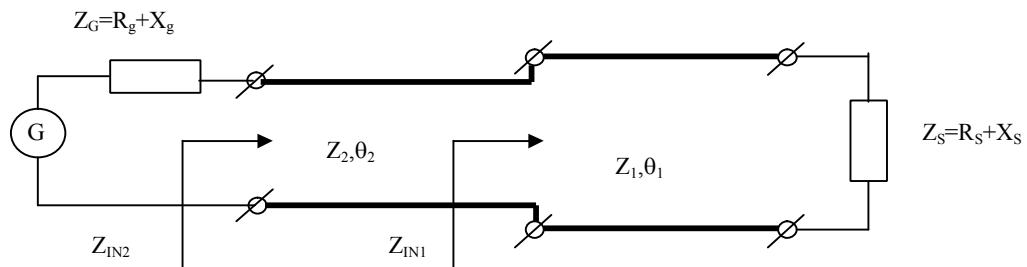


Fig.1.31. Circuit de adaptare cu două tronsoane de linie în serie.

Pentru adaptare se pot folosi și circuite cu constante concentrate cu componente rezistive sau reactive.

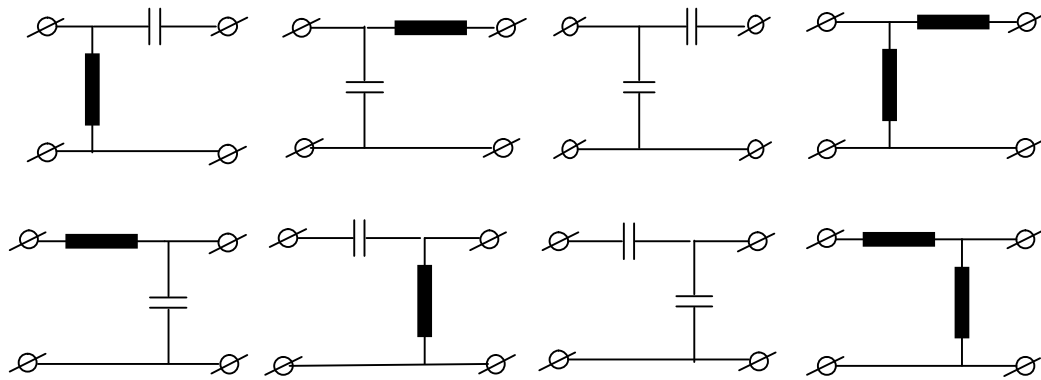


Fig.1.32. Structuri de circuite de adaptare cu constante concentrate.

Circuitele de adaptare cu componente rezistive se folosesc pentru a uniformiza comportarea în bandă și pentru a micșora dispersia parametrilor dispozitivelor semiconductoare.

Cel mai des sunt utilizate circuitele de adaptare cu elemente reactive deoarece nu consumă putere activă de microunde (fig.1.32.).

În circuitele integrate monolitice de microunde se folosesc pentru adaptare circuite combinate formate din segmente de linii și din circuite cu constante concentrate.

## 1.4. Linii coaxiale și plate

### 1.4.1. Linia coaxială

Structura geometrică a unei linii coaxiale este prezentată în figura 1.33.

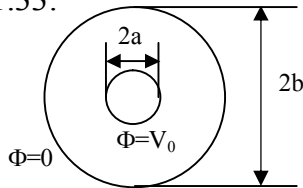


Fig.1.33. Structura geometrică a liniei

În interiorul liniei coaxiale potențialul  $\Phi$  satisface ecuația lui Laplace:  $\Delta^2 \Phi = 0$

În coordonate polare, ecuația

$$\text{devine: } \frac{\partial}{\partial u_1} \left( \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial u}{\partial u_1} \right) + \frac{\partial}{\partial u_2} \left( \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial u}{\partial u_2} \right) = 0$$

unde  $h_1=1, h_2=r$ . (1.155.)

$\Phi$  nu depinde de unghiul  $\varphi$  și (1.155.) se poate scrie:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (1.156.)$$

Integrăm de doua ori și rezultă:

$$\Phi = C_1 \ln r + C_2 \quad (1.157.)$$

Constantele  $C_1$  și  $C_2$  se determină în condițiile pe frontieră:

$$\Phi \Big|_{r=a} = V_0, \Phi \Big|_{r=b} = 0 \quad (1.158.)$$

și rezultă:

$$\begin{aligned} V_0 &= C_1 \ln a + C_2 \Big|_{\ln b} \\ 0 &= C_1 \ln b + C_2 \Big|_{\ln a} \end{aligned} \quad (1.159.)$$

$$V_0 = C_1 \ln \frac{a}{b} \Rightarrow C_1 = \frac{V_0}{\ln \frac{a}{b}} \quad (1.160.)$$

$$V_0 \ln b = C_2 \ln \frac{b}{a} \Rightarrow C_2 = \frac{V_0 \ln b}{\ln \frac{b}{a}} = -\frac{V_0 \ln b}{\ln \frac{a}{b}} \quad (1.161.)$$

$$\Phi = C_1 \ln r + C_2 = \frac{V_0 \ln r}{\ln \frac{a}{b}} - \frac{V_0 \ln b}{\ln \frac{a}{b}} = V_0 \ln \frac{r}{b} \left( \ln \frac{a}{b} \right)^{-1} \quad (1.162.)$$

Pe linia coaxială câmpul electromagnetic se propagă în modul *TEM*, având componentele descrise cu ajutorul funcțiilor de undă:

$$\underline{E} = -\nabla_t \Phi = V_0 \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} r^{-1} \underline{a}_r \exp(-jk_0 r) \quad (1.163.)$$

$$\underline{H} = Y_0 \underline{a}_3 \times \underline{E} = Y_0 V_0 \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} r^{-1} \underline{a}_\varphi \exp(-jk_0 r)$$

Câmpului electric îi asociem tensiunea cu legea de variație:

$$V = V_0 \exp(-jk_0 r) \quad (1.164.)$$

Pe conductorul intern, densitatea curentului de conducție este:

$$\underline{J}_S = \underline{n} \times \underline{H}|_{r=a} = Y_0 H_0 \frac{1}{a} \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \underline{a}_z \exp(-jk_0 r) \quad (1.165.)$$

Curentul total fără termenul  $\exp(-jk_0 r)$ , are forma:

$$I_0 = \left( a \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} Y_0 V_0 \int_0^{2\pi} a d\varphi = 2\pi Y_0 V_0 \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \quad (1.166.)$$

Pe partea interioară a conductorului exterior, curentul este  $I_0$ , îndreptat în direcția negativă a lui  $z$ , iar unda de curent este descrisă prin ecuația:

$$I = I_0 \exp(-jk_0 r) \quad (1.167.)$$

Puterea transmisă prin linie se determină cu relația :

$$P_t = 0,5 R_e (VI) = V_0^2 Y_0 \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \quad (1.168.)$$

Pe linia coaxială se produce o atenuare datorită conductivității finite a materialelor, care se determină cu expresia:

$$\alpha_C = \frac{\pi}{2} \frac{\delta \mu}{\lambda} \frac{1}{b} \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.169.)$$

Pentru  $b/a=3,6$  se obține valoarea minimă a atenuării, corespunzător unei impedanțe caracteristice  $Z_0=77\Omega$ .



Tensiunea maximă permisă între conductoare până la apariția străpungerilor are forma:

$$V_m = \frac{a}{b} 2,3bE_m \lg\left(\frac{b}{a}\right) \quad (1.170.)$$

Pentru  $b/a=2,718$ ,  $Z_0=60\Omega$ . Puterea maximă corespunzătoare  $\frac{V_m^2}{2Z_0}$  se obține cu relația:

$$P_{\max} = \left(\frac{a^2 E_m^2}{52,2}\right) \lg\left(\frac{b}{a}\right) \quad (1.171.)$$

Pentru  $b/a=1,65$  se obține  $Z_0=30\Omega$ . Dacă se realizează structuri rezonante în  $\lambda/4$ , impedanța la rezonanță este un extrem al funcției:

$$Z_{0d} = 807 \left[ \delta_s \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \right]^{-1} \lg^2 \left( \frac{b}{a} \right) \quad (1.172.)$$

cu valoarea  $Z_{0d \max}=133\Omega$  pentru  $b/a=9,2$ .

Dacă se realizează o structură rezonantă în semiundă, impedanța la rezonanță este descrisă de relația:

$$Z_{0s} = \frac{30\pi\delta_s}{b} \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \quad (1.173.)$$

cu o valoare minimă pentru  $b/a$  apropiat de unitate.

Concluziile rezultate din această analiză au condus la standardizarea impedanței caracteristice utilizate la cablurile coaxiale.

Pentru lucrul în radiofrecvență, ca atenuarea în tensiune să fie minimă, impedanța caracteristică se alege  $Z_0=75\Omega$ .

Pentru lucrul în microunde, pentru transferul maxim al puterii se alege o valoare intermediară a impedanței caracteristice  $Z_0=50\Omega$ .

În circuitele de foarte mare putere ce lucrează în gama inferioară a microundelor,

impedanța caracteristică a cablurilor este  $Z_0=30\Omega$ . Cablurile coaxiale se folosesc

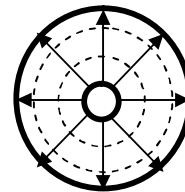


Fig.1.34. Distribuția câmpului electromagnetic în linia

până la 18 Ghz, având conductorul interior din cupru argintat, unifilar sau multifilar (cu pierderi mai mici). Conductorul exterior se reali-

zează din tresă de cupru. Materialul dielectric din interiorul liniei coaxiale (de cele mai multe ori polietilena) are pierderi mici.

### 1.4.2. Linii plate

*Linia plată* (panglica sau stripline) se obține din deformarea liniei coaxiale neglijând câmpul din zonele îndepărtate de conductorul central.

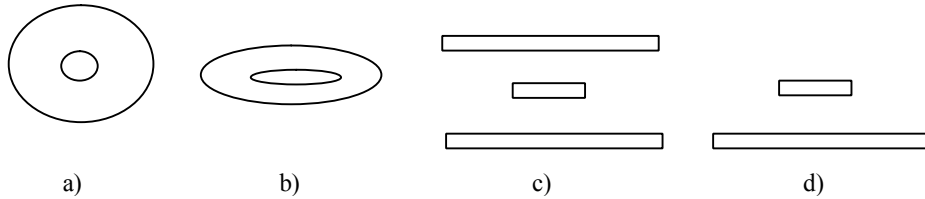


Fig.1.35. Transformarea liniei coaxiale în linie

Linia obținută (fig.1.35.c.) are două plane de masă dispuse simetric față de conductorul central. Dacă un plan de masă se dispune la distanță mult mai mare, cea mai mare parte a energiei este înmagazinată între conductorul central și planul apropiat. De aceea se poate renunța la planul îndepărtat și se obține *linia microstrip* sau *linia plată asimetrică* (fig.1.35.d.)

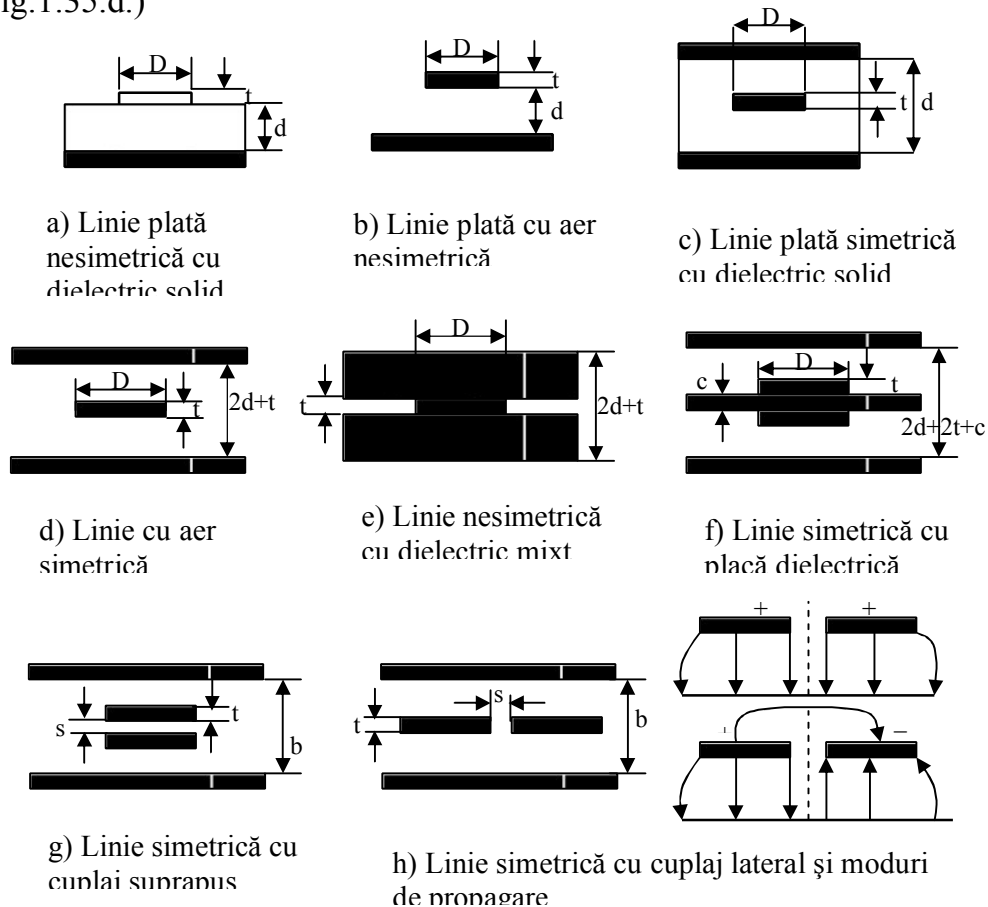


Fig.1.36. Tipuri de linii plate.

Diferite tipuri de linii plate sunt prezentate în fig.1.36.

Structura liniilor plate permite realizarea lor cu tehnologiile aplicate circuitelor imprimate, obținând siguranță în funcționare, economie de material, volum și greutate mică. Deoarece secțiunea transversală este neomogenă iar geometria acestor linii nu conduce la separarea modurilor, se poate considera cu o bună aproximație distribuția din regim staționar (conform ecuației lui Laplace).

Parametrii ce interesează la linia plată (impedanța caracteristică și dispersia) se pot determina analitic dacă se cunoaște configurația liniilor de câmp sau structura potențialului în secțiunea transversală a liniei. Pentru modul *TEM*, potențialul este descris de ecuația  $\Delta^2\Phi(x, y) = 0$ .

Se poate aplica metoda transformării conforme și în special transformata Schwartz-Christoffel, care conduce la integrale eliptice ușor integrabile în condițiile date. În metoda aproximativă, se deduce impedanța caracteristică din viteza de propagare, considerând capacitatea panglicii *D* fără efect marginal.

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow Z_0 = \frac{1}{vC} \quad (1.174.)$$

În calculul exact al impedanței caracteristice se consideră și grosimea panglicii metalice:

$$Z_0 = \frac{94 \left(1 - \frac{t}{d}\right)}{\frac{D}{d} + 0,47 + 0,65 \frac{t}{d} - 1,12 \left(\frac{t}{d}\right)^2} \quad (1.175.)$$

pentru  $t \leq 0,5d$  și  $D \geq 0,35(d - t)$

$$Z_0 = 138 \lg \left( \frac{\frac{8}{\pi}}{\frac{D}{d} + 1,4 \frac{t}{d}} \right) \quad (1.176.)$$

Considerând condensatorul plan,

$Z_0 = \frac{94d}{D}$  și eroarea depinde de raportul  $D/d$ . Constanta de atenuare este funcție de pierderile în dielectric și în metal:  $\alpha_T = \alpha_d + \alpha_m$ , unde constanta de atenuare în dielectric se exprimă prin:

$$\alpha_d = \frac{27,3\sqrt{\varepsilon_r} \operatorname{tg} \delta}{\lambda} \quad (1.177.)$$

usor de dedus din expresia generala:

$$\alpha_d = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}} \quad (1.178.)$$

unde-  $\varepsilon_r$  = constanta dielectrică ,

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} - \text{tangenta unghiului de pierderi,}$$

$\sigma$  = conductivitatea,

$\omega = 2\pi f$  - frecvența unghiulară,

$f$  = frecvența,

$\lambda$  = lungimea de undă în aer,

$\varepsilon$  = permitivitatea.

Constanta de atenuare datorită pierderilor în conductori are forma:

$$\alpha_m = \frac{0,0231R\sqrt{\varepsilon_r}}{Z_0} \left[ \frac{dZ_0}{dd}, \frac{dZ_0}{dD}, \frac{dZ_0}{dt} \right] \quad (1.179.)$$

unde:

$Z_0$  = impedanța caracteristică,

$d$  = distanța între suprafețele conductoare,

$D$  = lățimea panglicii,

$R$  = rezistivitatea ( $\Omega$ /unitatea de suprafață).

In general, constanta de atenuare se determină:

$$\alpha = \frac{P_p}{2P_r} \quad (1.180.)$$

unde

$P_p$  = puterea pierdută prin efect Joule pe unitatea de lungime,

$P_r$  = puterea transmisă în secțiunea transversală,

$$P_p = \frac{R_M}{2} \int_C H_\tau^2 dl \quad (1.181.)$$

unde

$R_M = l/\delta\sigma$  rezistența în metal,

$\delta$  = adâncimea de pătrundere,

$\sigma$  = conductivitatea,

$H_\tau$  = câmpul magnetic tangențial la conductor,

$C$  = conturul transversal al conductorului.

$$P_r = \frac{Z_u}{2} \int_{\Sigma} H_T^2 da \quad (1.182.)$$

unde

$Z_u$  = impedanța de undă,

$H_T$  = câmpul magnetic în secțiunea transversală,

$da$  = elementul de arie din secțiunea transversală,

$\Sigma$  = suprafața transversală a liniei de transmisie.

Dacă se consideră  $H = ct$  ca la unda plană uniformă, constanta de atenuare are forma:

$$\alpha = \frac{R_M \int H_\tau^2 dl}{2Z_U \int_{\Sigma} H_T^2 da} \quad (1.183.)$$

unde adâncimea de pătrundere se determină cu relația:

$$\delta(m) = \frac{2}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma}} = \frac{1}{6,28\sqrt{f\sigma}10^{-7}} \quad (1.184.)$$

și atenuarea :

$$\alpha = \frac{17,36\sqrt{\epsilon_r}}{\delta\sigma Z_0 d} [db/m] \quad (1.185.)$$

După cum s-a arătat mai sus, în calculul constantei de atenuare intervin puterea disipată în conductori și puterea transmisă prin secțiunea transversală a liniei.

Puterea disipată conduce la ridicarea temperaturii conductorilor (mai ales cel central), îndeosebi la linia plată simetrică cu mediu dielectric, unde disipația căldurii este diferită.

Puterea transmisă este limitată de valoarea maximă a câmpului electric de străpungere, care dacă este depășită duce la descărcări prin dielectric și linia devine inutilizabilă.

### 1.4.3. Linii de transmisie microstrip

#### 1.4.3.1. Linii microstrip pe substrat izotrop

Linia de transmisie microstrip are în componere doi conductori: unul panglică îngustă cu lățime  $w$  și grosime  $t$  plasat pe o parte a dielectricului, iar celălalt, cu grosime variabilă, legat la pamânt, acoperă toată suprafața dielectricului.

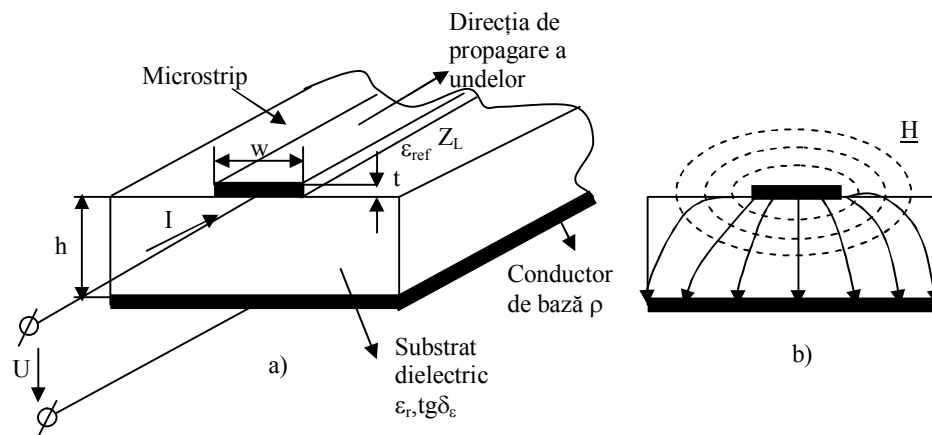


Fig.1.37. Linie microstrip  
a) secțiune prin linie; b) distribuția câmpului electromagnetic.

Ambii conductori au rezistivitatea electrică  $\rho$  iar substratul dielectric se caracterizează prin parametrii:

$H$  – grosimea substratului,

$\epsilon_r$  – constanta dielectrică relativă,

$\text{tg}\delta_\epsilon$  - factorul de pierderi dielectrice,

$k$  – conductivitatea electrică,

$\epsilon_r$  este o mărime scalară, iar efectul câmpului electric aplicat asupra substratului este independent de direcția câmpului.

Parametrii de material enumerați nu sunt dependenți de frecvență iar unda se propagă prin linia microstrip în modul *TEM*.

Vom presupune că circuitul are pierderi mici și poate fi descris prin impedanța caracteristică  $Z_L$  și constanta dielectrică efectivă  $\epsilon_{ref}$ .

Liniile de transmisie microstrip sunt studiate printr-o analiză statică la frecvențe mici până la  $f=0$  și o analiză dinamică pentru cazul frecvențelor înalte.

În domeniul frecvențelor cuprinse între  $f=0$  și  $f=f_{g.st}$  (frecvența de tăiere pentru aproximația statică) există numai componentele transversale ale lui  $E$  și  $H$ .

Între conductorul strip și conductorul de bază predomină componenta câmpului electric  $E_x$  iar la marginea conductorului predomină componentele  $E_x$  și  $E_y$ .

Componentele câmpului magnetic au aceeași distribuție ca în cazul lipsei substratului dielectric.

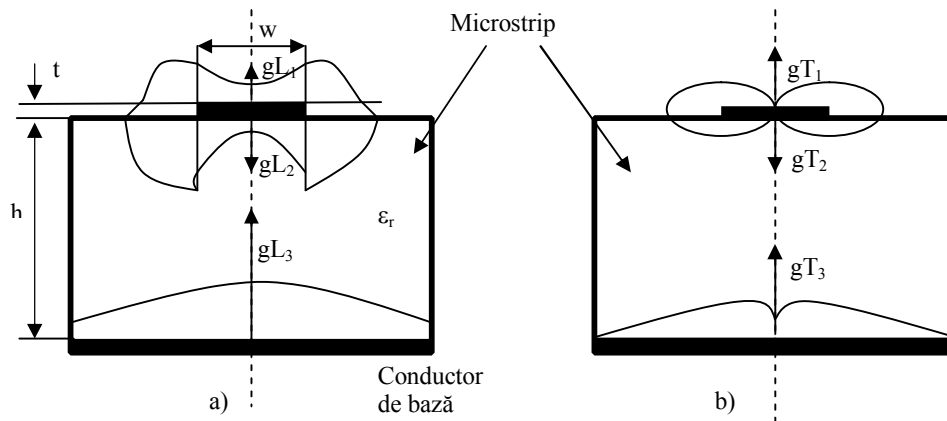


Fig.1.38. Distribuția curenților în linia microstrip pentru modul fundamental TEM la frecvențe mici în aproximație statică.  
a) longitudinali; b) transversali.

La  $f > f_{g.st}$  componentele longitudinale ale câmpului  $E_z, H_z$  cresc în mărime cu creșterea frecvenței.

Definim o densitate a curentului de suprafață  $g[A/m]$  prin curentul care circulă pe o porțiune de unitate de lungime din suprafața conductorului, care este perpendiculară pe direcția fluxului curentului.

Pentru frecvențe  $0 < f < f_{g.st} = 1 \dots 5 GHz$ , componentele longitudinale ale câmpului magnetic se neglijează în analiza statică și sunt prezenți numai curenții longitudinali:

$g_{L1}$  – de pe suprafața superioară a conductorului strip,

$g_{L2}$  – de pe suprafața inferioară a conductorului strip,

$g_{L3}$  – din conductorul de bază.

Distribuția curenților este independentă de  $\varepsilon_r$  și la marginile conductorului microstrip apar maxime de curent iar densitatea de curent  $g_{L2} > g_{L1}$  (fig.1.38.a.).

La frecvențe  $f > f_{g.sb}$  componenta longitudinală  $H_z$  a câmpului magnetic devine semnificativă și determină apariția curenților transversali (fig.1.38.b.):

$g_{T1}$  – pe partea superioară a microstripului,

$g_{T2}$  – pe partea inferioară a microstripului,

$g_{T3}$  – în conductorul de bază.

Curenții transversali sunt proporționali cu  $w/\lambda_0$ , valorile lor maxime cresc cu creșterea frecvenței dar sunt cu până la doua ordine de mărime mai mici decât valorile curenților longitudinali (pentru  $w/\lambda_0 < 0,1$ ).

Frecvența maximă până la care poate fi utilizată aproximația statică la proiectarea practică a circuitelor se exprimă prin relația:

$$f_{g.st} = 0,04 \frac{Z_0}{(h\sqrt{\varepsilon_{r.ef}})} = 0,04 \frac{Z_L}{h} \quad (1.186.)$$

unde  $Z_0 = Z_L \sqrt{\varepsilon_{r.ef}}$  - impedanța caracteristică a liniei exprimată pentru  $\varepsilon_r=1, h(\text{mm})$  și  $f_{g.st}(\text{Ghz})$ .

Wheeler a obținut pentru parametrii liniei microstrip cu conductorul de grosime  $t=0$  când mediul dielectric este omogen (parțial cu aer  $\varepsilon_r=1$ , parțial dielectric cu  $\varepsilon_r > 1$ ) următoarele expresii:

a) pentru conductori strip înguști cu  $w/h < 3,3$  impedanța caracteristică

$$Z_L = \frac{120}{\sqrt{2(\varepsilon_r + 1)}} \left[ \ln \left( \frac{4h}{w} + \sqrt{16 \left( \frac{h}{w} \right)^2 + 2} \right) - \frac{\varepsilon_r - 1}{2(\varepsilon_r + 1)} \left( \ln \left( \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\ln \frac{\pi}{4}}{\varepsilon_r} \right) \right] \quad (1.187.)$$

b) pentru conductori strip lați cu  $w/h > 3,3$  impedanța caracteristică

$$Z_L = \frac{60\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[ \frac{w}{2h} + \ln \frac{4}{\pi} + \frac{\varepsilon_r + 1}{2\pi\varepsilon_r} \left( \ln \frac{\pi c}{2} + \ln \left( \frac{w}{2h} + 0,94 \right) \right) + \frac{(\varepsilon_r - 1) \ln \left( \frac{\pi c}{16} \right)}{2\pi\varepsilon_r^2} \right] \quad (1.188.)$$

c) constanta dielectrică efectivă pentru conductori strip înguști cu  $w/h < 1,3$



$$\varepsilon_{r.ef} = \left( \frac{Z_0}{Z_L} \right)^2 = \frac{1 + \varepsilon_r}{2} \left( \frac{A}{A - B} \right)^2 \quad (1.189.)$$

$$\text{unde } A = \ln\left(\frac{8h}{w}\right) + \left[ \frac{\left(\frac{w}{h}\right)^2}{32} \right]; B = \frac{\varepsilon_r - 1}{2(\varepsilon_r + 1)} \left[ \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\ln\left(\frac{4}{\pi}\right)}{\varepsilon_r} \right] \quad (1.190.)$$

c) pentru conductori lați care îndeplinesc relația  $1,3 < w < 2$

$$\varepsilon_{r.ef} = \left( \frac{Z_0}{Z_L} \right)^2 = \varepsilon_R \left( \frac{E - D}{E} \right)^2 \quad (1.191.)$$

$$D = \frac{\varepsilon_r - 1}{2\pi\varepsilon_r} \left\{ \ln \left[ \frac{\pi c}{2} \left( \frac{w}{2h} + 0,94 \right) \right] - \frac{1}{\varepsilon_r} \ln \left( \frac{c\pi^2}{16} \right) \right\} \quad (1.192.)$$

$$E = \frac{w}{2h} + \frac{1}{\pi} \left\{ \ln \left[ 2\pi c \left( \frac{w}{2h} + 0,94 \right) \right] \right\} \quad (1.193.)$$

Când lățimea conductorului microstrip se reduce la zero ( $w/h < 1$ ), energia câmpului este puternic concentrată în jurul conductorului și putem considera că se împarte simetric în substratul dielectric și în spațiul liber din partea superioară a conductorului. Parametrii liniei microstrip devin:

$$\varepsilon_{r.ef}(w/h \rightarrow 0) = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \quad (1.194.)$$

$$Z_L(w/h \ll 1) = \left( \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{\varepsilon_r + 1}} \ln \left( \frac{8h}{w} \right) \right) \quad (1.195.)$$

Pentru lățimi foarte mari ale conductorului microstrip  $w/h \gg 1$ , câmpul electric de la marginea conductorului este mult mai mic în comparație cu câmpul concentrat în condensatorul cu plăci paralele format între conductor și planul de bază (C). Capacitatea acestui condensator se determină cu relația:

$$C(w/h \gg 1) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r w}{h} \quad (1.196.)$$

Impedanța caracteristică și constanta dielectrică efectivă se exprimă prin relațiile:

$$Z_L(w/h \gg 1) = \frac{120\pi h}{w\sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.197.)$$

$$\epsilon_{r.ef}(w/h \rightarrow \infty) = \epsilon_r \quad (1.198.)$$

### 1.4.3.2. Linii microstrip pe substrat dielectric anizotrop

Efectul unui câmp electric aplicat asupra substratului dielectric anizotrop este dependent de direcția câmpului și de axele de simetrie ale materialului. Dacă aceeași linie microstrip (cu dimensiunile  $w$  și  $h$ ) este construită pe două piese de același material anizotrop dar cu direcții diferite ale axei cristaline principale, atunci cele două circuite vor avea valori diferite pentru  $Z_L$  și  $\epsilon_{r.ef}$ .

Materialele dielectrice anizotrope sunt cristale care nu au simetrie sferică, pentru care componenta paralelă și componenta perpendiculară față de axa de simetrie a cristalului au valori diferite

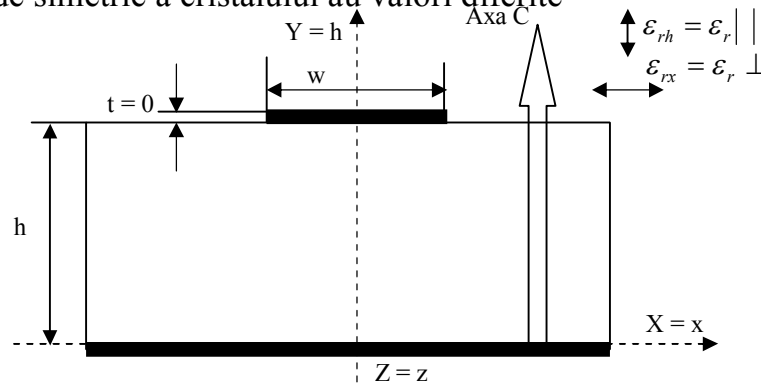


Fig.1.39. Secțiune transversală prin linia microstrip cu substrat anizotrop.

De obicei substratul anizotrop este tăiat astfel încât axa principală  $C$  să fie perpendiculară pe suprafața substratului (fig.1.39.).

Componentele  $\epsilon_{rx} = \epsilon_{r\perp}$  și  $\epsilon_{ry} = \epsilon_{r\parallel}$  au aceeași valoare în secțiunea transversală a circuitului pentru orice direcție  $z$  a liniei microstrip iar parametrii circuitului  $C, Z_L, L$  și  $\epsilon_{r.ef}$  sunt independenți de direcția liniei de transmisie. Prin linia microstrip cu substrat dielectric anizotrop, unda se propagă în mod  $TEM$ , cu frecvența de tăiere  $f_{g.st}$ , cu impedanța caracteristică  $Z_L$  independentă de frecvența iar constanta dielectrică relativă, determinată din aproximația statică.

Pentru a determina relațiile care exprimă parametrii circuitului, se folosește o transformare echivalentă a liniei de transmisie pe un substrat izotrop. Relațiile transformării echivalente se exprimă prin:

$$\begin{aligned} \dot{w} &= w \\ \dot{h} &= h \sqrt{\frac{\varepsilon_{r\perp}}{\varepsilon_{r\parallel}}} \end{aligned} \quad (1.199.)$$

$$\dot{\varepsilon}_r = \sqrt{\varepsilon_{r\perp} \varepsilon_{r\parallel}} = \sqrt{\varepsilon_{r\xi} \varepsilon_{r\eta}}$$

pentru orice dimensiuni  $w$ ,  $h$  și orice material cu  $\varepsilon_{r\xi} = \varepsilon_{r\perp}$ ;  $\varepsilon_{r\eta} = \varepsilon_{r\parallel}$ .

Linia microstrip echivalentă, pe substrat izotrop, are aceeași lățime  $w$  dar o grosime a substratului diferită de materialul anizotrop,

Folosind relațiile de transformare și metoda de analiză a circuitului pe substrat izotrop, determinăm parametrii  $Z_L$  și  $\varepsilon_{r.ef}$ .

$$\dot{Z}_L = Z_L; \dot{\varepsilon}_{r.ef} = \varepsilon_{r.ef}$$

Deoarece  $Z_L = \frac{\eta_0 \varepsilon_0}{\sqrt{C_0 C}}$ ;  $\varepsilon_{r.ef} = \frac{C}{C_0}$ , rezultă

$$Z_L = \frac{\eta_0 \varepsilon_0}{\sqrt{C_0 \dot{C}}}; \dot{\varepsilon}_{r.ef} = \frac{\dot{C}}{C_0} \quad (1.200.)$$

unde  $C_0$  este capacitatea circuitului original iar  $\dot{C}$  capacitatea circuitului echivalent. Parametrii caracteristici pentru linia microstrip cu substrat anizotrop se calculează cu relațiile:

$$Z_L = \eta_0 \left\{ \left[ \frac{w}{h} + 1,98 \left( \frac{w}{h} \right)^{0,172} \right] \left[ \frac{w}{\dot{h}} + 1,98 \left( \frac{w}{\dot{h}} \right)^{0,172} \right] A \right\}^{-0,5} \quad (1.201.)$$

unde:

$$A = \left[ \frac{\dot{\varepsilon}_r + 1}{2} + \frac{\dot{\varepsilon}_r - 1}{2} \left( 1 + \frac{10 \dot{h}}{w} \right) - 0,5 \right] \left[ \frac{\left( \frac{w}{\dot{h}} + 1,98 \left( \frac{w}{\dot{h}} \right)^{0,172} \right)}{\left( \frac{w}{h} + 1,98 \left( \frac{w}{h} \right)^{0,172} \right)} \right] \quad (1.202.)$$

în domeniul de valori cuprins între limitele:

$$0,06 \leq (w/h, w/\dot{h}) < \infty; 1 \leq (\varepsilon_{r\parallel}, \varepsilon_{r\perp}) < \infty$$

La frecvențe mai mari de  $f_{g.st}$  apare o dependență a parametrilor  $Z_L$  și  $\varepsilon_{r.ef}$  de frecvență.

În concluzie, semnalele se propagă prin liniile plate pe modurile  $TE$  sau  $TM$ , dacă au lungimea de undă cel mult egală cu jumătate din distanța dintre conductorul central și planul de masă.

Liniile plate au permis miniaturizarea circuitelor de microunde, fiind realizate pentru impedanțe caracteristice de  $10 - 250 \Omega$ .

Lungimea electrică nu depășește o semiundă iar atenuarea este mai mică de  $0,01 \text{ dB}/\lambda$ . Suportul dielectric este realizat din alumină, ferită cuarț, duroid, etc.

## 1.5.Probleme

### 1.5.1.Probleme rezolvate

1. Să se determine parametrii secundari ( $Z_c, \gamma$ ) ai unei linii bifilare aeriene din cupru, cu diametrul conductoarelor  $d = 2 \text{ mm}$ , distanța între conductoare  $D = 10 \text{ cm}$ , pentru frecvența semnalului ce se transmite, de  $25 \text{ Mhz}$ .

*Rezolvare:*

Se calculează parametrii lineici

$$R = \frac{16,6\sqrt{f}}{d} 10^{-6} = \frac{16,6\sqrt{25 \cdot 10^6}}{0,002} 10^{-6} = \frac{16,6 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{2} = 41,2 \left[ \frac{\Omega}{m} \right]$$

$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2D}{d} = \frac{4\pi 10^{-7}}{\pi} 2,3 \lg \frac{2D}{d} = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 2,3 \cdot \lg 10^2 = 1,84 \left[ \frac{\mu H}{m} \right]$$

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{2D}{d}} = \frac{12,1 \epsilon_r}{\ln \frac{2D}{d}} 10^{-12} = 6,05 \left[ \frac{pF}{m} \right]$$

$$G = \omega C \operatorname{tg} \delta = 0$$

Impedanța caracteristică:

$$Z_c = 276 \lg \frac{2D}{d} = 552 \Omega$$

Constanta de propagare:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \frac{R}{2Z_c} = 0,0373 \left[ \frac{Np}{m} \right]$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = 0,524 \left[ \frac{rad}{m} \right]$$

$$\gamma = 0,0373 + j0,524$$

2. Să se calculeze parametrii secundari ai unei linii coaxiale rigide cu diametrul conductorului interior  $d = 5 \text{ mm}$ , diametrul conductorului exterior  $D = 5 \text{ cm}$ , la frecvența de  $400 \text{ Mhz}$ , știind că  $L = 1 \mu\text{H/m}$  și  $C = 9 \text{ pF/m}$ .

*Rezolvare:*

Impedanța caracteristică:

$$Z_c = 60 \ln \frac{D}{d} = 138 \lg \frac{D}{d} = 138 \Omega$$

Constanta de propagare :

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$R = 8,32 \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \sqrt{f} 10^{-6} = 3,66 \left[ \frac{\Omega}{m} \right]$$

$$\alpha = \frac{R}{2Z_c} = 0,013 \left[ \frac{Np}{m} \right]$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = 7,54 \left[ \frac{rad}{m} \right]$$

$$\gamma = 0,013 + j7,54$$

3. Un generator cu frecvența de  $3 \text{ Mhz}$  este conectat la intrarea unei linii fără pierderi, cu lungimea de  $20 \text{ m}$ . Știind că tensiunea generatorului la intrarea liniei este de  $20 \text{ V}$ , să se determine tensiunea la capătul în gol al liniei ( rezistența internă a generatorului se consideră nulă).

*Rezolvare:*

a) Pentru linia în gol, cu originea distanței la sarcină,

$$u = U_2 \cos \beta x \sin \omega t$$

$$\text{Notăm } U = U_2 \cos \beta x, \text{ unde } \beta = \omega/c = 2\pi f/c = 2\pi/\lambda$$

$$U_2 = \frac{U}{\cos \beta x} = \frac{U_1}{\cos \beta l} = \frac{20}{\cos \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8}} = 65 \text{ V}$$

b) Când originea distanței se consideră la generator:

$$u = U_1 \operatorname{ch} \gamma x - I_1 Z_c \operatorname{sh} \gamma x$$

$$\gamma = j\beta \quad (\alpha = 0);$$

$$U_1/I_1 = Z_i = -jZ_c \operatorname{ctg} \beta x$$

$$U = U_1 (\operatorname{ch} \beta x + \operatorname{tg} \beta x \sin \beta x)$$

$$\beta x = \beta l = 2\pi l/\lambda = 72$$

$$U_2 = 20(0,31 + 3,08 \cdot 0,95) = 65 \text{ V}^\circ$$

4. Considerăm o linie fără pierderi cu impedanța caracteristică  $Z_c=100\Omega$ , conectată la o sarcină inductivă  $Z_s=100 + j100\Omega$ . Știind că tensiunea la bornele sarcinii este de  $100 V$ , să se determine amplitudinile maxime și minime ale tensiunii pe linie și pozițiile maximelor și minimelor apropiate de sarcină.

*Rezolvare:*

Calculăm coeficientul de reflexie

$$\underline{K}_r = \frac{\underline{Z}_s - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_c} = \frac{100 + j100 - 100}{100 + j100 + 100} = \frac{j}{2 + j} = 0,447e^{j63,4^\circ}$$

Calculăm raportul de undă staționară

$$K_s = \frac{1 + |\underline{K}_r|}{1 - |\underline{K}_r|} = 2,6$$

Unda directă de tensiune la bornele sarcinii

$$\underline{U}_d = \frac{U_s}{1 + K_r} = \frac{100}{1,2 + 0,4j} = 79V$$

Amplitudinile maxime și minime ale tensiunii pe linie sunt:

$$U_{\max} = |\underline{U}_d| + |\underline{U}_r| = |\underline{U}_d|(1 + |\underline{K}_r|)$$

$$U_{\min} = |\underline{U}_d| - |\underline{U}_r| = |\underline{U}_d|(1 - |\underline{K}_r|)$$

$$U_{\max} + U_{\min} = 2|\underline{U}_d|$$

Ținem seama de relația  $K_s = U_{\max}/U_{\min}$  și obținem:

$$U_{\max} + \frac{U_{\max}}{K_s} = 2|\underline{U}_d|; U_{\min} = (K_s + 1) = 2|\underline{U}_d|$$

$$U_{\max} = \frac{2K_s}{K_s + 1}|\underline{U}_d|; U_{\min} = \frac{2}{K_s + 1}|\underline{U}_d|$$

Înlocuim valorile cunoscute și rezultă:

$$U_{\max} = \frac{2 \cdot 2,6 \cdot 79}{3,6} = 114,1V; U_{\min} = \frac{2 \cdot 79}{3,6} = 43,8V$$

Deducem pozițiile punctelor de maxim și de minim pe linie, pornind de la expresia tensiunii pe linie:

$$\underline{U} = \underline{U}_d + \underline{U}_r = \underline{U}_d(1 + \underline{K}_r) = \underline{U}_d(1 + |\underline{K}_r|)e^{j(\varphi - 2\beta x)}$$

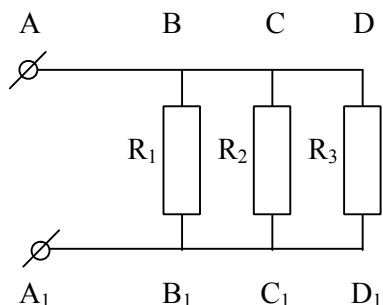
Tensiunea este maximă când  $\varphi - 2\beta x = 2n\pi$  și este minimă când  $\varphi - 2\beta x = (2n + 1)\pi$

Obținem distanțele la cele mai apropiate puncte de maxim și minim:

$$X_M = \varphi/2\beta = 0,088\lambda$$

$$X_m = \lambda/4 + X_M$$

5. Segmentele de linie AB, BC și CD sunt cuplate la rezistențe de sarcină de câte  $300 \Omega$  fiecare. Știind ca în toate cele trei segmente se asigură regim de undă progresivă, să se calculeze impedanțele acestor segmente.



*Rezolvare:*

Impedanța caracteristică a segmentului CD este  $Z_{CD} = 300 \Omega$ . Segmentul BC are ca sarcină  $R_3$  în paralel cu  $R_2$ :

$$Z_{BC} = \frac{R_2 \cdot Z_{CD}}{R_2 + Z_{CD}} = 150 \Omega$$

Segmentul AB are ca sarcină:

$$Z_{AB} = \frac{R_1 \cdot Z_{BC}}{R_1 + Z_{BC}} = 100 \Omega$$

6. Un cablu coaxial are raportul diametrelor conductoarelor exterior și interior de 4. Știind că lungimea de undă a tensiunii prin cablu este  $40 \text{ cm}$  și factorul de calitate  $2500$ , să se determine diametrul interior al conductorului exterior.

*Rezolvare:*

Determinăm impedanța caracteristică a liniei coaxiale:

$$Z_C = 138 \lg \frac{D}{d} = 83 \Omega$$

Coeficientul de atenuare al liniei :

$$\alpha = \frac{\pi}{Q\lambda} = \frac{3,14}{2500 \cdot 0,4} = 0,00314 \left[ \frac{Np}{m} \right]$$

Calculăm rezistența lineică:

$$R_l = 2Z_C \alpha = 0,521 [\Omega/m]$$

$$R_l = \frac{0,72}{\sqrt{\lambda}} \left( \frac{2}{D} + \frac{2}{d} \right) = 0,521$$

$$D = 21,91 \text{ mm}$$



7. Să se determine eroarea de calcul a impedanței caracteristice pentru o linie plată cu  $D/d=3$  și  $t/d=0,1$ .

*Rezolvare:*

Impedanța caracteristică a unei linii plate are forma:

$$Z_0 = \frac{94 \left(1 - \frac{t}{d}\right)}{\frac{D}{d} + 0,47 + 0,65 \frac{t}{d} - 1,12 \left(\frac{t}{d}\right)^2}$$

Pentru  $t \leq 0,5d$ ;  $D \geq 0,35(d-t)$

$$Z_{O1} = \frac{8}{138} \lg \frac{\pi}{\frac{D}{d} + 1,4 \frac{t}{d}} = \frac{94(1-0,1)}{3 + 0,47 + 0,065 - 1,12 \cdot 0,01} = 23,93 \Omega$$

$$Z_{O2} = \frac{8}{138} \lg \frac{\pi}{3 + 0,14} = 19,68 \Omega$$

$$\Delta Z = 18\%$$

8. Să se determine constanta de atenuare pe o linie plată cu  $Z_0 = 120 \pi \Omega$ , la  $f = 3 \text{ GHz}$ , cu  $d = 4 \text{ mm}$  și dielectric cu  $\epsilon_r = 3$ , când  $\delta = 1,28 \mu\text{m}$ .

*Rezolvare:*

$$\delta = \frac{1}{6,28 \sqrt{f \cdot \sigma \cdot 10^{-7}}} = 1,28 \mu\text{m}$$

$$\alpha = \frac{17,36 \sqrt{\epsilon_r}}{\delta \sigma Z_0 d} = 0,38 \left[ \frac{\text{Np}}{\text{m}} \right]$$

9. Să se deducă raportul de undă staționară folosind diagrama circulară, pentru o linie cu impedanța caracteristică  $Z_C = 100 \Omega$ , terminată pe o sarcină  $Z_S = 100 + j100 \Omega$ .

*Rezolvare:*

Se normalizează impedanța de sarcină:

$$z_S = \frac{Z_S}{Z_C} = r_S + jx_S; z_S = \frac{100 + j100}{100} = 1 + j$$

Cercul pentru  $r_S=1$  se intersectează cu cercul pentru  $x_S=1$  și indică  $z_S$ . Prin acest punct trece cercul concentric cu  $R/Z_0=1$ . Prin măsurare cu rigla se determină proporțional distanța și se află  $K_S=2,66$

10. Să se găsească impedanța de intrare a unei linii cu bornele terminale legate în scurtcircuit. Lungimea liniei este  $3,82\lambda$  iar impedanța caracteristică  $Z_0=700\Omega$ .

*Rezolvare:*

Se folosește numai lungimea liniei mai mare decât multiplii de  $0,5\lambda$ , adică  $0,32\lambda$  iar lungimea normalizată este  $l'=0,32$ . Pornind de la punctul de impedanță nulă ( $R=0; X=0$ ), se rotește raza vectorială spre generator cu o lungime normalizată  $0,32$  și se află:  $x_l = -2,1$

$$X_l = Z_C x_l = -1470\Omega$$

### 1.5.2.Probleme propuse

1.O linie de transmisie aeriană este formată din doi conductori de cupru cu diametrul  $d= 3mm$ , Distanța între conductori este  $D= 20 cm$ . Știind că linia funcționează la frecvența de  $4 Mhz$ , să se determine parametrii lineici ai acesteia.

$$R: 11,1\Omega/m \ 1,95\mu H/m \ 5,68pF/m \ 0$$

2. Să se calculeze parametrii lineici ai liniilor bifilare aeriene cu parametrii din tabelul următor:

	1	2	3	4	5	6	7	8
D[cm]	10	15	20	30	10	15	20	30
d[cm]	0,2	0,3	0,5	0,6	0,6	0,5	0,3	0,2
$\lambda$ [m]	300	30	10	20	100	200	50	5
Material	Cu	Al	Cu	Alama	Cu	Ag	Cu	Al

3.O linie de transmisie bifilară aeriană utilizată la frecvența de  $16Mhz$  are conductoarele din aluminiu cu diametrul de  $5 mm$  la distanța de  $40 cm$ .Să se determine parametrii lineici ai liniei.

$$R: 13,31\Omega/m \ 2,03\mu H/m \ 5,48pF/m \ 0$$

4.Să se calculeze parametrii lineici ai unui cablu coaxial din cupru cu izolație de polietilenă , dacă are  $d=1m$ ,  $D=8mm$  și lucrează la frecvențe de  $50Mhz$  sau  $100Mhz$ .

$$R: 0,41\mu H/m ; 61,67pF/m \text{ la } f_1 \text{ și } f_2 \\ 33,41\Omega/m; 0,58 \cdot 10^{-5} 1/\Omega m \text{ la } f_1 \\ 47,25\Omega/m; 0,116 \cdot 10^{-4} 1/\Omega m \text{ la } f_2$$

5.O linie coaxială rigidă izolată cu aer, este din alamă , cu  $d=5mm$  și  $D=10cm$ . Să se determine parametrii lineici dacă funcționează la frecvența de  $400 Mhz$ .

$$R: 34,94\Omega/m; 0,6\mu H/m; 1,85pF/m; 0$$

6. O linie coaxială rigidă cu dielectric aer, are capacitatea pe unitatea de lungime  $25\text{pF}$ . Pentru ce raport între diametrul interior al conductorului exterior și diametrul conductorului interior se obține această capacitate?

$$R: D/d=9,2$$

7. Un generator de tensiune sinusoidală cu frecvența de  $15\text{ Mhz}$  alimentează o linie cu parametrii lineici :  $C=25\text{pF/m}$  și  $L=1\mu\text{H/m}$ . Să se determine viteza de propagare a undelor în linie și lungimea de undă în linie.

$$R: v=2.10^8\text{m/s}; \lambda_1=13,3\text{m}$$

8. Admițând că nu sunt pierderi în dielectric , să se determine relația de calcul a constantei de atenuare  $\alpha$  în funcție de dimensiunile geometrice ale liniei bifilare din cupru și de lungimea de undă a generatorului.

$$R: \alpha = \frac{0,012 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\text{Np}}{\text{m}} \right]}{d \sqrt{\lambda} \ln \frac{2D}{d}}$$

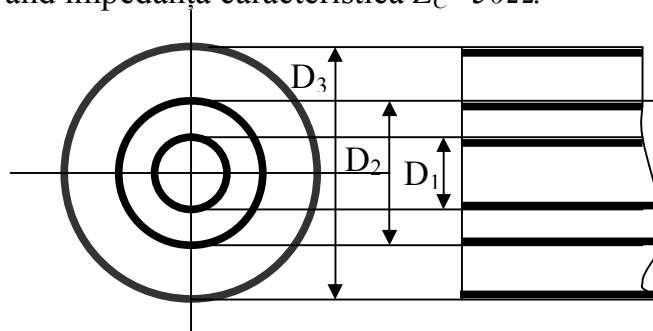
9. Să se determine raportul dintre distanța între conductoare și diametrul conductoarelor ( $2D/d$ ) liniei bifilare aeriene , pentru care atenuarea în linie este minimă (considerăm  $G=0$ ).

$$R: 2D/d=2,7$$

10. Pentru un cablu coaxial cu parametrii lineici  $L=0,25\mu\text{H/m}$  și  $C=100\text{pF/m}$ , să se determine impedanța caracteristică a cablului, constanta dielectrică a izolației și viteza de propagare a semnalelor.

$$R: Z_C=50\Omega; \epsilon_r=2,25; v=2.10^8\text{m/s}$$

11. Un sistem de două linii coaxiale , concentrice, izolate cu aer, are grosimea pereților de  $1\text{mm}$ . Știind că diametrul exterior este  $D_3=54\text{mm}$ , să se afle diametrele exterioare ale tuburilor din compunerea sistemului, fiecare linie având impedanța caracteristică  $Z_C=50\Omega$ .



$$R: D_2=22,6\text{mm}; D_1=9\text{mm}.$$

12. Un generator cu frecvența de  $100\text{ Mhz}$ , conectat la o linie în gol cu impedanța caracteristică  $Z_C=300\Omega$ , furnizează la capătul liniei tensiunea de  $60\text{ V}$ .

Să se determine amplitudinea tensiunii și curentului la  $40\text{ m}$  de capătul liniei.

$$R: U=30\text{V}; I=0,173\text{A}.$$

13. Tensiunea la capătul unei linii în gol este de  $U_2=100\text{V}$ . Știind valoarea curentului măsurat la  $2$  metri de capătul liniei,  $I=0,3\text{A}$ , să se calculeze impedanța caracteristică a liniei parcursă de semnale cu  $\lambda=10\text{ m}$ .

$$R: Z_C=317\Omega$$

14. Să se calculeze coeficientul de reflexie pentru o linie de transmisie cu impedanța caracteristică  $Z_C=400\Omega$ , conectată la o impedanță de sarcină  $Z_S=200\Omega$ .

$$R: \underline{K}_r = \frac{1}{3} e^{j\pi}$$

15. O linie de transmisie cu impedanța caracteristică  $Z_C=50\Omega$  este conectată la o reactanță capacitivă  $X_C=50\Omega$ . Să se determine coeficientul de reflexie și tensiunea la bornele sarcinii cunoscând tensiunea corespunzătoare unde directe,  $U_d$ .

$$R: \underline{U}_S = \sqrt{2} \underline{U}_d e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

16. O inductanță  $L=1\mu\text{H}$  este conectată la capătul unei linii aeriene cu  $Z_c = 100\Omega$ . Frecvența generatorului care alimentează circuitul este  $15\text{ Mhz}$ . Să se calculeze distanța de la capătul liniei până la cel mai apropiat nod de tensiune.

$$R: l_{min} = 7,6\text{ m}$$

17. Un segment de linie cu dielectric aer având  $Z_c = 80\Omega$  se termină pe o inductanță  $L$ . Frecvența generatorului de alimentare este de  $750\text{ Mhz}$ . Nodul de tensiune se află la  $15\text{ cm}$  de sarcină. Să se calculeze  $L$ .

$$R: L = 0,017\mu\text{H}$$

18. Unei linii în scurtcircuit lungă de  $10\text{ m}$ , cu  $Z_c = 500\Omega$  și  $\lambda_l = 9\text{ m}$ , i se aplică la bornele de intrare o tensiune de  $400\text{ V}$ . Să se calculeze curentul în bara de scurtcircuitare.

$$R: I_{sc} = 1,25\text{ A.}$$

19. Dimensiunile secțiunii transversale ale unei linii simetrice cu dielectric aer sunt  $d = 4\text{ mm}$ ,  $D = 10\text{ cm}$ . Să se calculeze cât trebuie să fie lungimea segmentului de linie în scurtcircuit, pentru ca la frecvența de  $125\text{ Mhz}$  să fie echivalent cu un condensator  $C = 8\text{ pF}$ .

$$R: l = 1,08\text{ m}$$

20. O linie coaxială cu dielectric aer, cu lungimea de  $10\text{ m}$  și  $Z_c = 70\Omega$  se termină pe o rezistență de  $280\Omega$ . Să se calculeze impedanța de intrare a liniei la frecvențele de  $7,5\text{ Mhz}$  și  $15\text{ Mhz}$ .

$$R: Z_i = 17,5\Omega; 280\Omega.$$

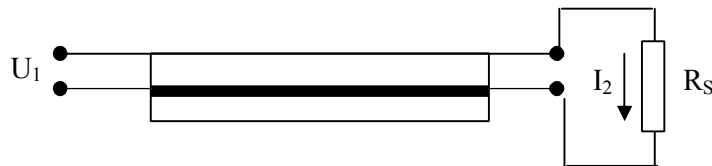
21. Să se determine impedanța caracteristică și atenuarea la o linie bifilară în aer, dacă diametrele conductoarelor de cupru sunt de  $3\text{ mm}$ , iar distanța dintre ele de  $200\text{ mm}$ . Generatorul care alimentează linia lucrează la frecvența de  $150\text{ Mhz}$ .

$$R: Z_c = 586\Omega; \alpha = 5 \cdot 10^{-3}\text{ db/m}$$

22. Un cablu coaxial are următoarele dimensiuni: diametrul conductorului interior  $d = 2\text{ mm}$ , iar diametrul interior al conductorului exterior  $D = 9\text{ mm}$ . Izolatorul dintre conductoare are  $\epsilon_r = 2,3$ . Să se determine  $Z_c$ .

$$R: 57\Omega$$

23. Un cablu coaxial adaptat cu sarcina este legat la un generator care lucrează cu  $\lambda = 70\text{ cm}$ . Cablul se caracterizează prin următoarele:  $d = 0,8\text{ mm}$ ,  $D = 4,2\text{ mm}$ ;  $\epsilon_r = 2,5$ .



Să se determine lungimea cablului dacă la tensiunea generatorului  $U_1 = 25\text{ V}$ , curentul este  $I_2 = 0,3\text{ A}$ .

$$R: l = 14,65 \text{ m.}$$

24. O linie cu o sarcină activă  $R_S = 200\Omega$ , de o lungime  $l = \lambda$  se alimentează de la un generator de oscilații sinusoidale. Rezistența internă a generatorului,  $r_i = 300\Omega$ , iar t.e.m. de amplitudine  $80V$ . Să se determine tensiunea la bornele generatorului și puterea consumată în sarcină.

$$R: U_m = 32V; P_2 = 2,57 \text{ W.}$$

25. Tensiunea la bornele generatorului care alimentează o linie în gol este  $40V$ . Să se găsească tensiunea la capătul liniei cu  $l = 20 \text{ m}$ , dacă frecvența generatorului este  $3 \text{ Mhz}$ .

$$R: U_2 = 130V.$$

26. O linie scurtcircuitată la capăt primește la celelalte borne de la generator o tensiune de  $30V$  cu frecvența de  $150 \text{ MHz}$ . Determinați amplitudinea curentului și tensiunii la distanța de  $0,4 \text{ m}$  de la capătul liniei, dacă  $Z_C = 55\Omega$ .

$$R: I_{mx} = 0,336A; U_{mx} = 57V.$$

27. Pentru determinarea frecvenței de oscilație a unui generator, la acesta se cuplează o linie de măsură în scurtcircuit, de-a lungul căreia se stabilește un regim de undă staționar. Cu cât este egală frecvența oscilației generate dacă distanța între nodurile de tensiune este  $25 \text{ cm}$ .

$$R: f = 600 \text{ MHz.}$$

28. O linie bifilară, deschisă la capăt, se alimentează de la un generator care are  $\lambda = 1,5 \text{ m}$ . Dimensiunile liniei sunt: diametrul conductorului  $3 \text{ mm}$ , distanța între conductoare  $10 \text{ cm}$ , lungimea  $0,6 \text{ m}$ . Determinați ce inductanță echivalentă are linia.

$$R: L_{ech} = 0,552\mu H$$

29. Sarcina unei linii coaxiale este o reactanță inductivă de  $50 \Omega$ . Linia are diametrul conductorului interior de  $2,5 \text{ mm}$ , diametrul interior al conductorului exterior de  $25 \text{ mm}$ , lungimea  $5 \text{ m}$  și  $\epsilon_r = 2,5$ . Să se afle impedanța de intrare pentru frecvența de  $30 \text{ Mhz}$ .

$$R: Z_{int} = 50,5\Omega$$

30. Determinați factorul de calitate a circuitului realizat dintr-un segment de linie coaxială de un sfert de lungime de undă dacă diametrul conductorului interior este de  $5\text{mm}$ , diametrul interior al conductorului exterior este de  $18\text{mm}$  și  $\lambda = 60\text{ cm}$ .

$$\text{R: } Q = 1690.$$



## 2. GHIDURI DE UNDĂ

### 2.1. Ghiduri de undă dreptunghiulare

*Ghidurile de undă* sunt structuri pasive care permit transmiterea ghidată a energiei electromagnetice printr-un material dielectric delimitat de o suprafață conductoare.

Ghidurile cu secțiune transversală constantă și cu material dielectric izotrop sunt ghiduri uniforme și omogene.

#### 2.1.1. Clasificarea ghidurilor de undă:

După modul de variație a secțiunii transversale a ghidului deosebim:

- a). – ghiduri de undă uniforme;
- b). – ghiduri de undă neuniforme.

a). Ghidurile de undă neuniforme se pot clasifica după natura dielectricului în:

- a<sub>1</sub>). – ghiduri omogene
- a<sub>2</sub>). - ghiduri neomogene

a<sub>1</sub>). În funcție de materialele utilizate, ghidurile uniforme omogene pot fi:

- a<sub>11</sub>). – metalice (ghiduri închise, care nu au câmp electromagnetic în exteriorul lor);
- a<sub>12</sub>). – dielectrice (ghiduri deschise, care au câmp electromagnetic și în exteriorul lor).

a<sub>11</sub>). Ghidurile metalice neuniforme și omogene pot avea secțiuni de formă (fig.1.1.):

- a<sub>111</sub> -dreptunghiulare;
- a<sub>112</sub> -circulare;
- a<sub>113</sub> -eliptice;
- a<sub>114</sub> -în formă de U;
- a<sub>115</sub> -în formă de H, etc.

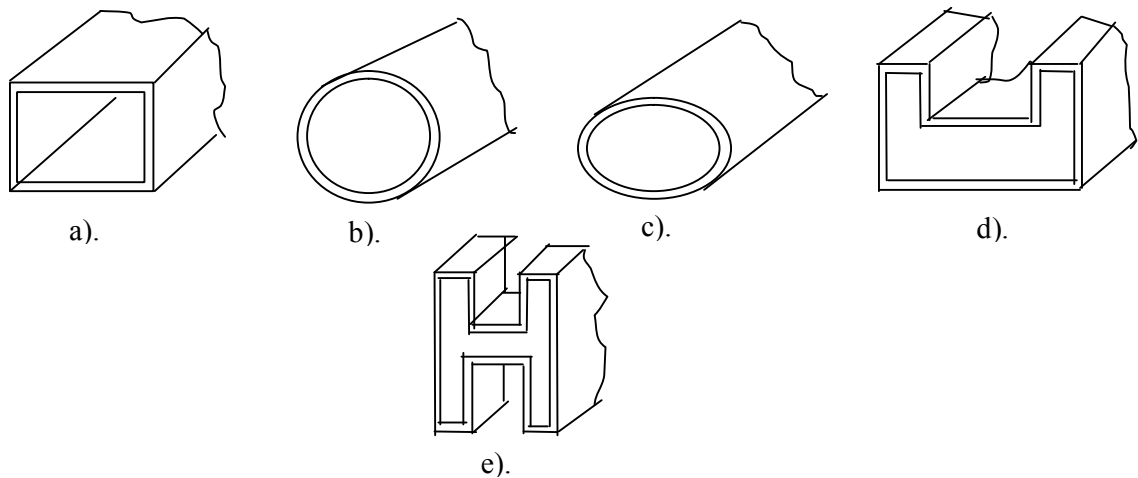


Fig. 2.1. Ghiduri metalice

a<sub>12</sub>). Ghidurile dielectrice neuniforme și omogene (fig.2.2.):

- cilindrice.



Fig. 2.2. Ghiduri dielectrice

a<sub>2</sub>). Ghidurile uniforme neomogene pot fi:

a<sub>21</sub> – metalice cu secțiune dreptunghiulară (fig.2.3.)

a<sub>22</sub> – dielectrice cu secțiune cilindrică (fig.2.4.)

care se clasifică după distribuția constantei dielectrice.

a<sub>21</sub>). Ghidurile metalice neuniforme transversal neomogene:

a<sub>211</sub> – cu mediu dielectric parțial pe bază și complet pe înălțime;

a<sub>212</sub> – cu mediu dielectric parțial pe înălțime și complet pe bază;

a<sub>213</sub> – cu placă dielectrică verticală.

a<sub>22</sub>). Ghidurile dielectrice cu secțiune cilindrică pot fi:

- a<sub>221</sub> – cu salt de constantă dielectrică;

- a<sub>222</sub> – cu distribuție parabolică a constantei dielectrice.

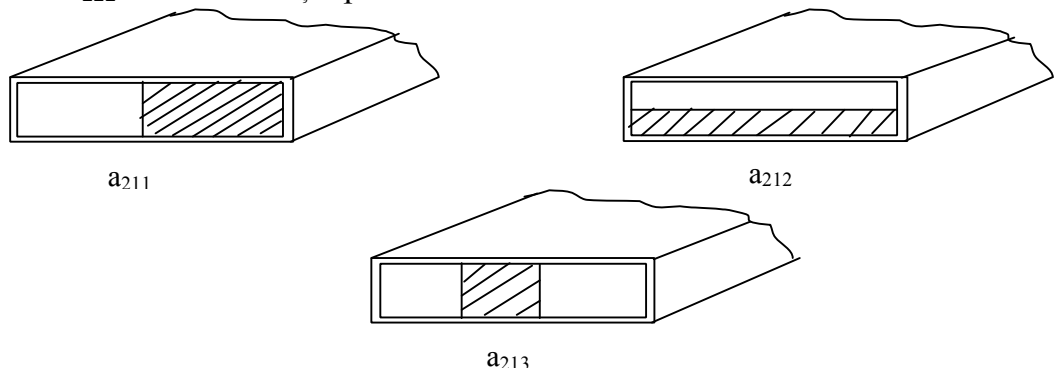


Fig 2 3 Ghiduri neuniforme neomogene dreptunghiulare

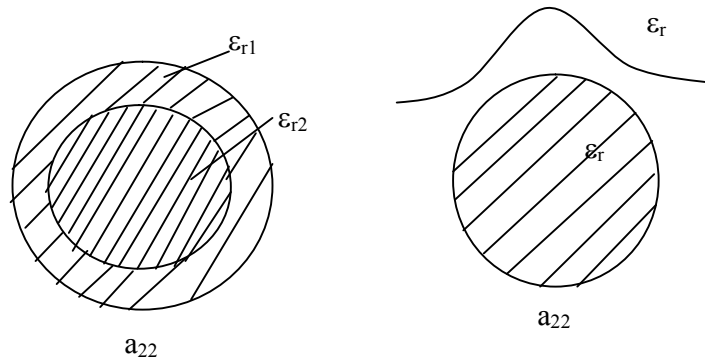


Fig.2.4. Ghiduri de undă uniforme neomogene dielectrice (fibre optice)

b). Ghidurile neuniforme pot fi:

- b<sub>1</sub>). - metalice
- b<sub>2</sub>). - dielectrice

b<sub>1</sub>). Ghidurile neuniforme metalice (fig.2.5.) se împart în:

- b<sub>11</sub> – piramidale
- b<sub>12</sub> – conice
- b<sub>13</sub> – ghiduri diafragmentete.

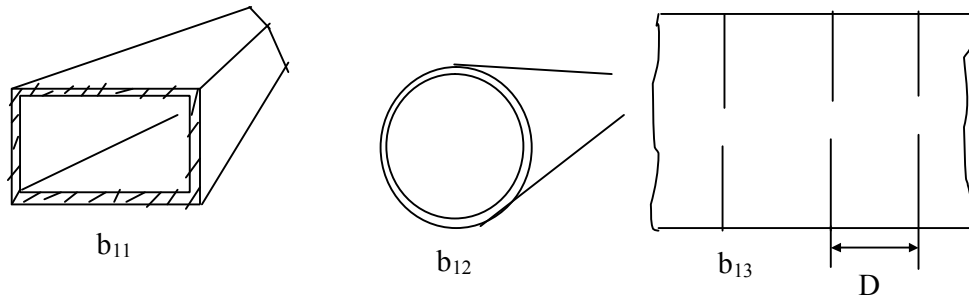


Fig.2.5. Ghiduri neuniforme metalice

b<sub>2</sub>). Ghidurile neuniforme dielectrice (fig.2.6.) sunt:

- b<sub>21</sub> – piramidale
- b<sub>22</sub> – conice
- b<sub>23</sub> – helice cilindrică

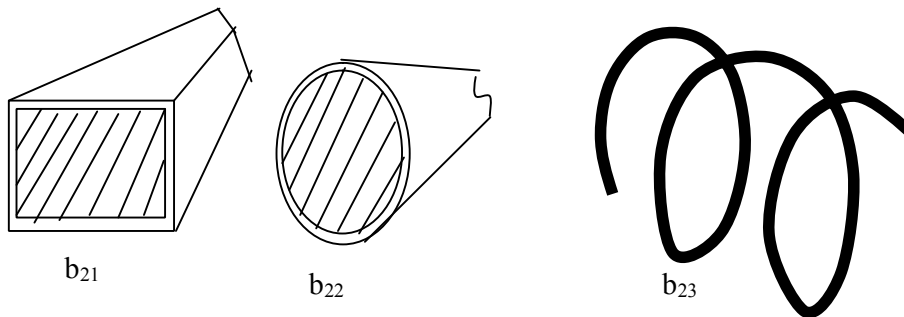


Fig.2.6. Ghiduri neuniforme dielectrice

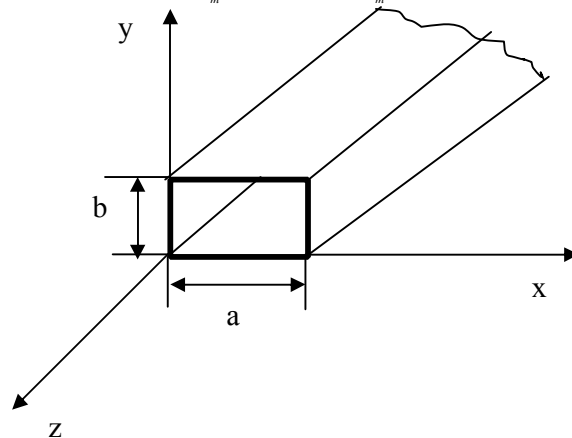
Tronsoanele de ghid neuniforme se mai numesc pâlnii sau hornuri și se folosesc ca antene (când îndeplinesc funcții de sisteme radiante) sau ca circuite de adaptare. Ghidurile neuniforme nu pot fi folosite ca linii de transmisie la distanțe mari.

În categoria ghidurilor neuniforme intră și ghidurile periodice utilizate în acceleratoare liniare (ghiduri diafragmate) sau în tuburi de microunde (helicea cilindrică în tubul cu undă progresivă).

### 2.1.2. Ecuația caracteristică

Pentru analiza fenomenului de propagare a câmpului electromagnetic prin ghidurile de undă se impun următoarele condiții:

- generatorul și sarcina sunt dispuse pe direcția de propagare, axa  $z$ , la  $-\infty$  și  $+\infty$  (nu sunt unde reflectate);
- materialul dielectric este caracterizat prin  $\epsilon_r$  și  $\mu_r$ ;
- ghidul de undă este realizat dintr-un material perfect conductor cu  $\epsilon_m = -j\infty$  și  $\mu_m = j0$



Ghidul de undă dreptunghiular este neuniform și omogen cu secțiunea transversală în dreptunghi (fig.2.7.).

Rezolvând ecuațiile lui Maxwell determinăm componentele câmpului electromagnetic. Cum ghidul este uniform, componentele câmpului în planul transversal se determină din componentele longitudinale.

Fig.2.7. Ghid de undă dreptunghiular

Ecuația undelor pentru oricare din componentele  $E_z, H_z$ :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.1)$$

Deoarece undele ce se deplasează în direcția pozitivă a axei  $z$  sunt descrise de funcția  $\exp j(\omega t - \beta z)$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -\beta^2$  și ecuația (2.1) devine:

$$\left( \nabla_t^2 + k^2 \right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.2)$$

$$\text{unde } k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mu_r \varepsilon_r - \beta^2 \text{ (nr. de undă)} \quad (2.3)$$

Presupunem soluții de forma:

$$\begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = f(x)g(y) \exp j(\omega t - \beta z) \quad (2.4)$$

unde  $f(x)$  este independent de  $y$  și  $z$  și  $g(y)$  independent de  $x$  și  $z$ .

$$gf'' + g''f + k^2 fg = 0 \quad \left| \frac{1}{fg} \right. \quad (2.5)$$

$$\frac{f''}{f} + \frac{g''}{g} + k^2 = 0 \quad (2.6)$$

Pentru integrarea în raport cu  $x$ ,  $\frac{g''}{g} = ct. - k_y^2$

$$\frac{f''}{f} = k_y^2 - k^2 = -k_x^2 \quad (2.7)$$

Similar, la integrarea în raport cu  $y$ ,  $\frac{f''}{f} = ct. = -k_x^2$

$$\frac{g''}{g} = k_x^2 - k^2 = -k_y^2 \quad (2.8)$$

Constantele  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k$  se numesc *constante de separare*, ce separă componentele după axa  $x, y$  și  $z$ .

Ecuțiile (2.7) și (2.8) au soluțiile:

$$f = Ae^{jk_x x} + Be^{-jk_x x}, g = Ce^{jk_y y} + De^{-jk_y y} \quad (2.9)$$

Obținem soluțiile ecuației (2.2) de forma:

$$\left. \begin{aligned} H_z &= (A_0 e^{jk_x x} + B_0 e^{-jk_x x}) (C_0 e^{jk_y y} + D_0 e^{-jk_y y}) \\ E_z &= (A e^{jk_x x} + B e^{-jk_x x}) (C e^{jk_y y} + D e^{-jk_y y}) \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Componentele din planul transversal se determină cu relațiile:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{j\beta}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{j\beta}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ H_x &= -j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{j\beta}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_y &= -j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{j\beta}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Constantele din (2.10) se determină prin impunerea condițiilor pe frontieră. Componenta tangențială a câmpului electric este nulă în cazul unui perete perfect conductor. Componenta normală a inducției  $B$  trebuie

să fie continuă la frontieră dar  $\mu = j0$  și la suprafața ghidului această componentă este nulă.

1.  $E_z = 0$  pentru  $y = 0$ . Din (2.9) rezultă că  $C = -D$  și putem nota

$$Ce^{jk_y y} + De^{-jk_y y} = 2jC \sin(k_y y)$$

2.  $E_z = 0$  pentru  $x = 0$ . Din (2.9) rezultă  $A = -B$  și obținem

$$Ae^{jk_x x} + Be^{-jk_x x} = 2jA \sin(k_x x)$$

3.  $E_z = 0$  când  $x = a$ . Rezultă că  $\sin(k_x a) = 0$  și deci

$$k_x = p \frac{\pi}{a}, p \in Z$$

4.  $E_z = 0$  când  $y = b$ . Rezultă că  $\sin(k_y b) = 0$  și deci  $k_y = \frac{\rho\pi}{b}, \rho \in Z$

Componenta longitudinală a câmpului electric devine:

$$E_z = N \sin \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \quad (2.12)$$

unde  $N = -4AC$

5.  $H_x = 0$  la  $x = 0$ . Derivăm  $H_z$  din (2.10) în (2.11) și obținem expresia lui  $H_x$ :

$$0 = -j \frac{\beta}{k^2} (jk_x) (A_0 - B_0) (C_0 e^{jk_y y} + D_0 e^{-jk_y y}) \quad (2.13)$$

Această relație este adevărată pentru orice  $y$  când  $A_0 - B_0 = 0$ . Putem

nota  $A_0 e^{jk_x x} + B_0 e^{-jk_x x} = 2A_0 \cos(k_x x)$

6.  $H_y = 0$  la  $y = 0$ . Analog obținem:

$$0 = -j \frac{\beta}{k^2} (jk_y) 2A_0 \cos(k_x x) (C_0 - D_0) \quad (2.14)$$

valabilă pentru orice  $x$ , deci  $C_0 = D_0$

Notăm  $N_0 = 4A_0 C_0$  și obținem componenta longitudinală a câmpului magnetic:

$$H_z = N_0 \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \quad (2.15)$$

Constantele de separare se determină din relația:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 = \frac{p^2 \pi^2}{a^2} + \frac{q^2 \pi^2}{b^2} \quad (2.16)$$

denumită *ecuația caracteristică*.

Pentru anumite valori întregi ale lui  $p$  și  $q$  se obține valoarea lui  $\beta =$  *constanta de fază*

$$\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r - \frac{p^2 \pi^2}{a^2} - \frac{q^2 \pi^2}{b^2} \quad (2.17)$$

Frecvența pentru care  $\beta = 0$  se numește *frecvență critică* ( $f_c$ ). La frecvențele  $\omega$  pentru care  $\beta^2$  este real, termenul  $e^{-j\beta z}$  reprezintă o funcție de oscilație corespunzătoare propagării undei în lungul axei  $z$ . Valorile pozitive ale lui  $\beta$  corespund propagării în direcția pozitivă a axei  $z$ . Dacă  $\beta^2$  este negativ, amplitudinea undei scade exponențial cu distanța.

Dacă notăm  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ , unde  $\lambda_g$  = lungimea de undă a semnalului în ghid, obținem:

$$\lambda_g = \lambda_0 \left( \varepsilon_r \mu_r - \lambda_0^2 \lambda_0^{-2} \right)^{-0,5} \quad (2.18)$$

unde  $\lambda_0$  = lungimea de undă a semnalului în aer

$\lambda_c$  = lungimea de undă corespunzătoare frecvenței critice.

### 2.1.3. Moduri normale în ghidul dreptunghiular

Pentru o frecvență dată, corespunzător perechilor de valori  $p$  și  $q$  se obțin valorile particulare ale constantei de fază  $\beta_{pq}$  și componentelor câmpului electromagnetic din planul secțiunii transversale. Înlocuim (2.12) și (2.15) în (2.10) și (2.11) și obținem:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \left( j \frac{\omega \mu_0 \mu_r k_y N_0}{k^2} - j \frac{\beta k_x N}{k^2} \right) \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\ E_y &= \left( -j \frac{\omega \mu_0 \mu_r k_x N_0}{k^2} - j \frac{\beta k_y N}{k^2} \right) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\ E_z &= N \sin(k_x x) \sin(k_y y) \\ H_x &= \left( -j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r k_y N}{k^2} + j \frac{\beta k_x N_0}{k^2} \right) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\ H_y &= \left( -j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r k_x N}{k^2} + j \frac{\beta k_y N_0}{k^2} \right) \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\ H_z &= N_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Au fost omiși factorii  $e^{j\omega t}$  și  $e^{-j\beta z}$  iar  $N$  și  $N_0$  sunt factori de normalizare.

Prin suprapunerea efectelor obținem două familii de *moduri normale* prin ghidul de undă dreptunghiular:

- moduri  $H_{pq}$  când  $N = 0$  sau  $E_z = 0$  și  $H_z \neq 0$ ;
- moduri  $E_{pq}$  când  $N_0 = 0$  sau  $H_z = 0$  și  $E_z \neq 0$ .

Indicii  $p$  și  $q$  arată câte semiunde cuprind distribuțiile de amplitudine ale câmpului în lungul laturii mari, respectiv laturii mici a ghidului dreptunghiular. Pentru orice mod particular, frecvența critică se determină cu relația:

$$\omega_c^2 = \frac{\pi^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r} \left( \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} \right) \quad (2.20)$$

iar lungimea de undă critică:

$$\lambda_c^2 = 4 \mu_r \varepsilon_r \left( \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} \right)^{-1} \quad (2.21)$$

Modul de propagare cu frecvență critică cea mai mică se numește *mod fundamental*, celelalte moduri fiind considerate moduri superioare. În ghidul de undă dreptunghiular, modul fundamental este  $H_{10}$ .

### 2.1.4. Vitezele undelor în ghidul dreptunghiular

Din ecuația caracteristică (2.16), unde  $k$  este independent de  $\omega$  putem determina vitezele de fază și de grup:

$$V_f = \frac{\omega}{\beta}; V_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (2.22)$$

Înlocuim  $\beta =$  constanta de fază (2.17) și obținem:

$$\left. \begin{aligned} V_g &= c(\mu_r \varepsilon_r)^{-0,5} \left[ 1 - k^2 (\omega^2 \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r)^{-1} \right] \\ V_f^2 &= \frac{\omega^2}{\beta^2} = c^2 \left[ \mu_r \varepsilon_r - k^2 (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0)^{-1} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

$\frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$  este viteza unei plane în modul cu care este umplut ghidul.

Când frecvența semnalului se apropie de frecvența critică, viteza de fază, mai mare decât cea a luminii crește spre infinit iar viteza de grup crește asimptotic de la zero la viteza luminii (fig.2.8.).

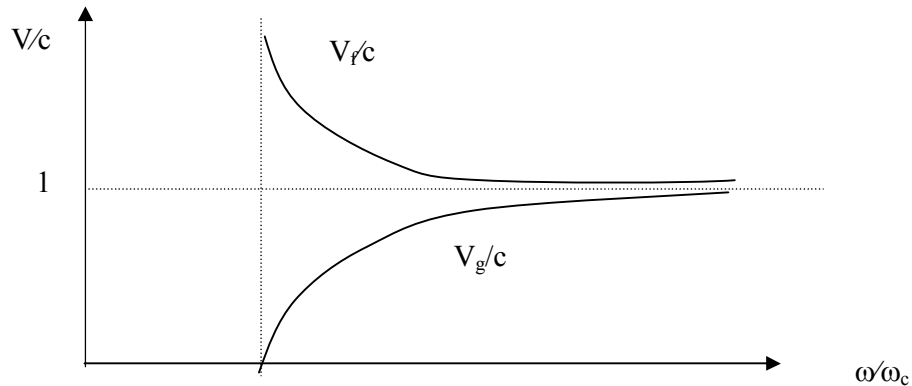


Fig. 2.8. Variația vitezelor undelor în ghidul dreptunghiular



Reprezentarea variației frecvenței funcției de constantă de fază (fig.2.9.) constituie *caracteristica de frecvență a ghidului*.

Propagarea prin ghid are loc când lungimea de undă a semnalului este mai mică decât frecvența critică.

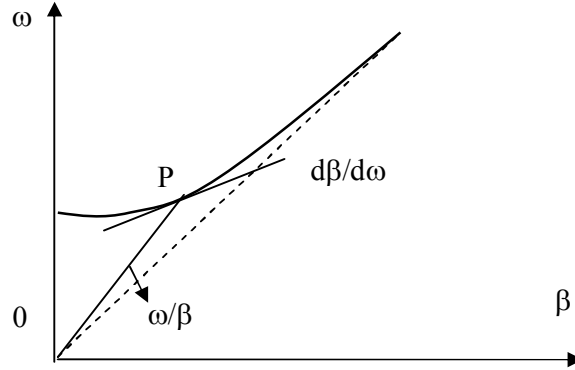


Fig.2.9. Caracteristica de frecvență a ghidului.

Când lungimea de undă este mai mare decât lungimea de undă critică, propagarea se face cu atenuare, constanta de atenuare având expresia:

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} \quad (2.24)$$

Pentru  $\lambda \gg \lambda_c$  rezultă  $\alpha = 54 \text{ dB}/\lambda$  și reprezintă constanta de atenuare introdusă de un ghid sub frecvență critică.

### 2.1.5. Puterea transmisă prin ghidul dreptunghiular

Însumând puterea transmisă prin fiecare suprafață elementară a secțiunii transversale, putem evalua puterea transmisă prin ghidul dreptunghiular.

Energia în ghid se poate determina prin integrarea componentelor  $|E|^2$  și  $|H|^2$ , apoi se multiplică cu  $\frac{V_g}{2}$  sau se poate folosi vectorul Poynting. Dacă se folosesc relațiile (2.19) se poate arăta că:

$$\iint_S (\underline{E} \times \underline{H}) d\underline{S} \left[ \iint_S (\epsilon_0 \epsilon_r E^2 + \mu_0 \mu_r H^2) da \right]^{-1} = \frac{V_g}{2} \quad (2.25)$$

$$\text{iar } P = \iint_S \underline{P} d\underline{S} = \iint_S (\underline{E} \times \underline{H}) d\underline{S} = 0,5 \frac{d\omega}{d\beta} \iint_S (\epsilon_0 \epsilon_r E^2 + \mu_0 \mu_r H^2) dS \quad (2.26)$$

Pentru modurile  $H_{pq}$ , impunând  $N = 0$  în (2.19), obținem:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x^2 + E_y^2) = -0,5k^{-4} \mu_0 \mu_r N_0^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \omega^2 (k_y^2 \cos^2 k_x x \sin^2 k_y y + k_x^2 \cos^2 k_y y \sin^2 k_x x) \quad (2.27)$$

$$\mu_0 \mu_r H^2 = \mu_0 \mu_r (H_x^2 + H_y^2 - H_z^2) = -0,5k^{-4} \mu_0 \mu_r N_0^2 \beta^2 (k_y^2 \cos^2 k_x x \sin^2 k_y y + k_x^2 \cos^2 k_y y \sin^2 k_x x) - 0,5k^{-4} \mu_0 \mu_r N_0^2 \cos^2 k_x x \cos^2 k_y y \quad (2.28)$$

Dar

$$\iint_S \cos^2 k_x x \cos^2 k_y y = \iint_S \sin^2 k_x x \cos^2 k_y y = \iint_S \cos^2 k_x x \sin^2 k_y y = 0,25ab \quad (2.29)$$

Înlocuim în relația (2.19) și rezultă:

$$P_1 = -0,125k^{-2} \omega \mu_0 \mu_r \beta N_0^2 ab \quad (2.30)$$

Asemănător, pentru modurile  $E_{pq}$ , când în ecuația (2.19)  $N_0 = 0$  se poate arăta că:

$$P_2 = -0,125k^{-2} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \beta N^2 ab \quad (2.31)$$

Puterea totală transmisă prin ghid va avea expresia:

$$P = P_1 + P_2 = -0,125k^{-2} \omega \beta ab (\varepsilon_0 \varepsilon_r \beta N^2 + \mu_0 \mu_r N_0^2) \quad (2.32)$$

La modurile  $E_{pq}$  componentele câmpului electromagnetic conțin factorii  $N$  și la modurile  $H_{p,q}$ ,  $N_0$  iar puterea conține termenii  $N^2$  și  $N_0^2$ .

Din relația (2.32) rezultă valorile constantelor  $N$  și  $N_0$ :

$$N = j \frac{2k\lambda_0 \sqrt{2}}{(\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \beta ab)^{0,5}} \quad (2.33)$$

$$N_0 = j \frac{2k\lambda_0 \sqrt{2}}{(\omega \mu_0 \mu_r \beta ab)^{0,5}}$$

Componentele electrice și magnetice ale câmpului electromagnetic vor avea expresiile:

a). Modul  $E_{pq}$  ( $H_z = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned}
H_x &= -\frac{2\sqrt{2}k_y\lambda_0}{k} \left( \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\beta ab} \right)^{0,5} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\
H_y &= \frac{2\sqrt{2}k_x\lambda_0}{k} \left( \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\beta ab} \right)^{0,5} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\
E_x &= -\frac{2\sqrt{2}k_x\lambda_0\sqrt{\beta}}{k(\omega\varepsilon_0\varepsilon_r ab)^{0,5}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\
E_y &= \frac{2\sqrt{2}k_y\lambda_0\sqrt{\beta}}{k(\omega\varepsilon_0\varepsilon_r ab)^{0,5}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\
E_z &= \frac{j2\sqrt{2}k\lambda_0}{(\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \beta ab)^{0,5}} \sin(k_x x) \sin(k_y y)
\end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

b). Modul  $H_{pq}$  ( $E_z = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned}
E_x &= -\frac{2\sqrt{2}k_y\lambda_0}{k} \left( \frac{\omega\mu_0\mu_r}{\beta ab} \right)^{0,5} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\
E_y &= \frac{2\sqrt{2}k_x\lambda_0}{k} \left( \frac{\omega\mu_0\mu_r}{\beta ab} \right)^{0,5} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\
H_x &= -\frac{2\sqrt{2}k_x\lambda_0\sqrt{\beta}}{k(\omega\mu_0\mu_r ab)^{0,5}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\
H_y &= -\frac{2\sqrt{2}k_y\lambda_0\sqrt{\beta}}{k(\omega\mu_0\mu_r ab)^{0,5}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\
H_z &= j \frac{2\sqrt{2}k\lambda_0}{(\omega\mu_0\mu_r \beta ab)^{0,5}} \cos(k_x x) \cos(k_y y)
\end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Structura câmpului electromagnetic în ghidul dreptunghiular se poate observa în figurile din anexă.

### 2.1.6. Modul fundamental în ghidul dreptunghiular

Cel mai folosit în practică este modul  $TE_{10}$  ( $H_{10}$ ). Inpunem  $p=1, q=0$  în relațiile (2.35) obținem componentele câmpului electromagnetic  $\underline{E} = (0, E_y, 0)^T$ ,  $\underline{H} = (H_x, 0, H_z)^T$  care sunt descrise de relațiile:

$$\left. \begin{aligned} e_y &= -\lambda_g \lambda_0^{-1} H_0 Z_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin(\omega t - \beta z) \\ h_x &= -\lambda_g \lambda_0^{-1} H_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin(\omega t - \beta z) \\ h_z &= H_0 \cos \frac{\pi x}{a} \cos(\omega t - \beta z) \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Indicii  $p$  și  $q$  au fost omiși deoarece ne referim la un singur mod. Parametrii  $\beta$ ,  $K_c$ ,  $Z_{TE}$  au expresiile:

$$K_c = \frac{\pi}{a}; \beta = \left[ \omega^2 \mu \epsilon - \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \right]^{0,5}; Z_{TE} = -\frac{E_x}{H_x} = \frac{\lambda_g}{\lambda} Z_0 \quad (2.37)$$

În ghid lungimea de undă se calculează cu relația:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \lambda_0 \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_c} \right)^2 \right]^{0,5} \quad (2.38)$$

Lungimea de undă critică  $\lambda_c$  este valoarea maximă a lungimii de undă a semnalului pentru care este posibil fenomenul de propagare.

Vitezele de fază și de grup se determină cu relațiile:

$$V_f = \lambda_g \lambda_0^{-1} c; V_g = \lambda_0 \lambda_g^{-1} c \quad (2.39)$$

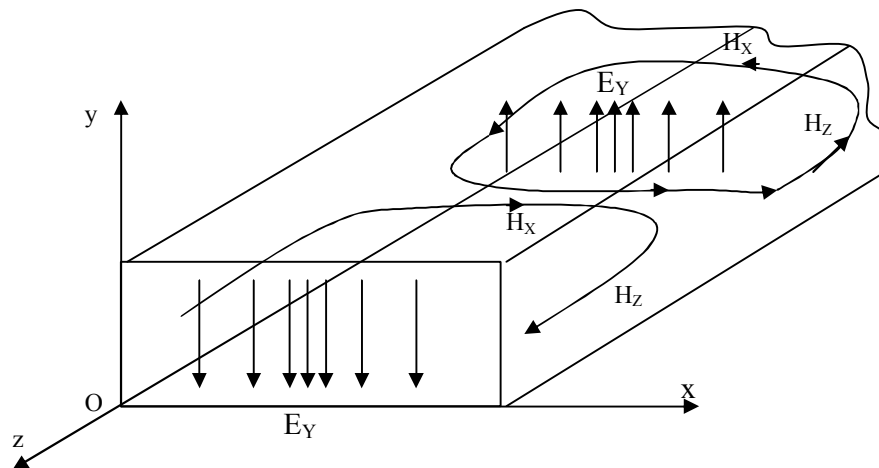


Fig. 2.10.. Distribuția componentelor câmpului electromagnetic la modul  $H_{10}$

După cum se observă în fig.2.10., liniile de câmp magnetic înconjoară liniile câmpului electric, ce poate fi considerat ca sursă (curent de deplasare) pentru câmpul magnetic.

Liniile câmpului electric leagă distribuția sarcinilor electrice pe suprafața inferioară și superioară a pereților interni ai ghidului de undă.

Este necesară cunoașterea distribuției componentelor câmpului electromagnetic pentru a proiecta circuitele de introducere sau de

extragere a energiei din ghid prin cuplaje capacitive, inductive sau diafragme cu fante.

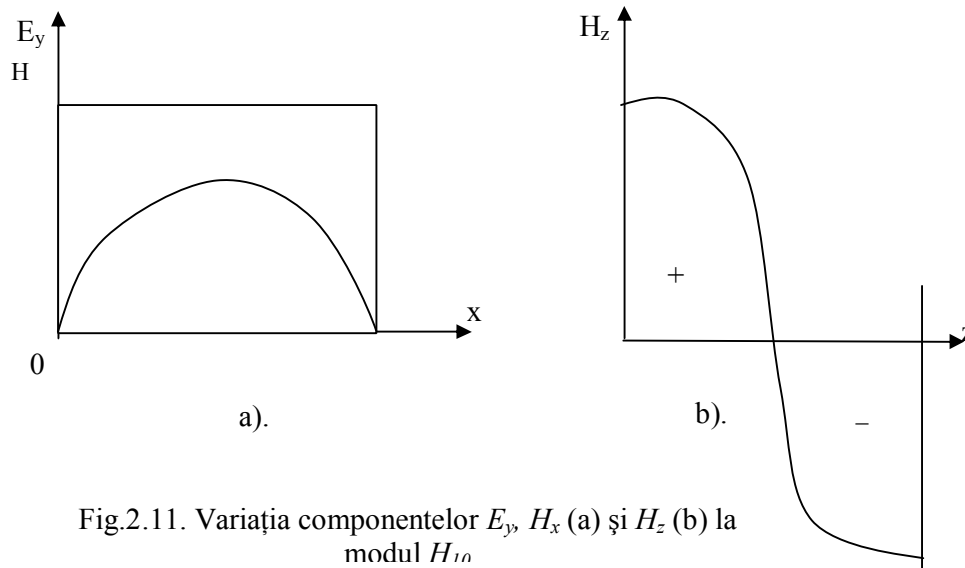


Fig.2.11. Variația componentelor  $E_y$ ,  $H_x$  (a) și  $H_z$  (b) la modul  $H_{10}$

Componentele  $H_z$  și  $E_y$  (fig.2.11.) sunt decalate spațio-temporal cu  $90^\circ$ .

### 2.1.7. Impedanța de undă

Raportul componentelor câmpului electromagnetic al căror produs vectorial determină vectorul Poynting, determină un parametru teoretic numit *impedanța de undă*

$$Z_{\text{mod}} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} \quad (2.40.)$$

Inlocuim cu expresiile componentelor câmpului și obținem:

- impedanța de undă pe modul  $TE$

$$Z_{TE} = Z_0 \left( \frac{\lambda_g}{\lambda} \right) \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left\{ 1 - \left[ \left( \frac{p\lambda}{2a} \right)^2 + \left( \frac{q\lambda}{2b} \right)^2 \right] \right\}^{-0,5} \quad (2.41.)$$

- impedanța de undă pe modul  $TM$

$$Z_{TM} = Z_0 \left( \frac{\lambda}{\lambda_g} \right) \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left\{ 1 - \left[ \left( \frac{p\lambda}{2a} \right)^2 + \left( \frac{q\lambda}{2b} \right)^2 \right] \right\}^{-0,5} \quad (2.42.)$$

Analizând relațiile anterioare se observă că impedanța de undă în spațiul liber  $Z_0$  este media geometrică a impedanțelor de undă a celor două moduri:

$$Z_0^2 = Z_{TE} Z_{TM} \quad (2.43.)$$

Cand propagarea microundelor se face fără atenuare, cele două impedanțe de undă sunt pur rezistive, impedanța pe mod  $H$  având valori mai mari.

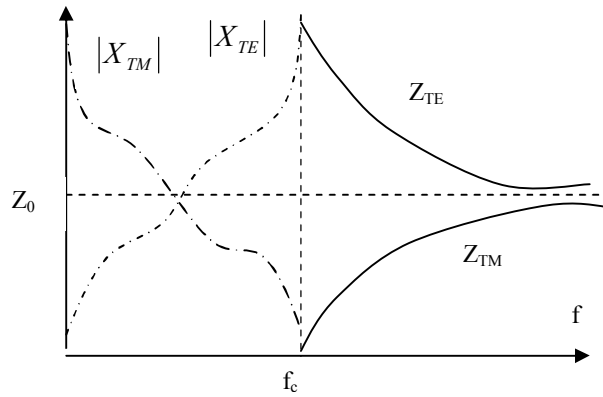


Fig.2.12. Variația impedanțelor de mod in ghidul dreptunghiular

Variația impedanțelor în funcție de frecvență este prezentată în figura 2.12. Impedanța de undă este o noțiune teoretică, nu are suport fizic, fiind o mărime raportată la un punct din spațiu.

## 2.2. Ghidul de undă circular

Ghidul de undă circular (fig.2.13.) este o structură pasivă ce permite transmiterea energiei electromagnetice printr-un material dielectric delimitat de o suprafață conductoare cilindrică. Și la analiza câmpului electromagnetic într-un astfel de ghid se pun aceleași condiții inițiale ca la ghidul dreptunghiular.

### 2.2.1. Determinarea componentelor longitudinale

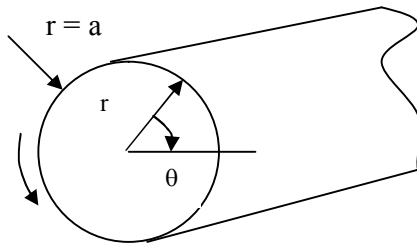


Fig.2.13. Ghid de unda circular

Corespunzător formei ghidului de undă, folosim un sistem de coordonate cilindric pentru rezolvarea ecuației lui Helmholtz și determinarea coordonatelor longitudinale. Ghidul este uni-form și dependența de  $z$  a funcțiilor de undă are forma  $\exp(-j\beta z)$ .

Ecuția undelor

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k^2\right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.44.)$$

se rezolvă prin metoda separării variabilelor.

Notăm  $\Psi = R(r)T(\theta)$  unde  $\Psi \exp(j(\omega t - \beta z))$  este una din componentele longitudinale ( $E_z$  sau  $H_z$ ) și ecuația (2.44.) se poate scrie sub forma:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} T + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} T + \frac{R}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + k^2 RT = 0 \left| \frac{r^2}{RT} \quad (2.45.)$$

$$r^2 \left( \frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{Rr} \frac{\partial R}{\partial r} + k^2 \right) + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.46.)$$

$T(\theta)$  este independent de  $r$  și la integrarea în raport cu  $r$  putem nota:

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = -p^2, \text{ și } \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + p^2 T = 0 \quad (2.47.)$$

cu soluția de forma :

$$T = A' e^{jp\theta} + B' e^{-jp\theta} \quad (2.48.)$$

unde  $A'$  și  $B'$  sunt constante arbitrare.

Ecuția (2.46.) se poate scrie sub forma:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left( k^2 - \frac{p^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (2.49.)$$

Facem substituția  $kr = x$ , de unde  $\frac{\partial R}{\partial r} = k \frac{\partial R}{\partial x}$  și  $\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} = k^2 \frac{\partial^2 R}{\partial x^2}$  iar ecuația (2.49.)

$$\text{devine: } k^2 \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{k}{r} \frac{\partial R}{\partial x} + \left( 1 - \frac{p^2}{x^2} \right) R = 0 \quad (2.50.)$$

Ecuția (2.50.) este o ecuație Bessel de ordin  $p$  cu soluția, o combinație liniară de funcții Bessel de speța întâi și a doua.

$$R = C' J_p(kr) + D' Y_p(kr) \quad (2.51.)$$

unde  $C'$  și  $D'$  sunt constante arbitrare.

Soluția generală a ecuației (2.46.) are forma:

$$RT = [C' J_p(kr) + D' Y_p(kr)] (A' e^{jp\theta} + B' e^{-jp\theta}) \quad (2.52.)$$

Funcția  $RT \exp(j\omega t - \beta z)$  poate fi  $E_Z$  sau  $H_Z$ . Notăm  $C'A' = A$ ,  $C'B' = B$ ,  $D'/C' = C$  și componenta  $E_Z$  va avea forma:

$$E_Z = [J_p(kr) + C Y_p(kr)] (A e^{jp\theta} + B e^{-jp\theta}) e^{j\omega t} e^{-j\beta z} \quad (2.53.)$$

$$H_Z = [J_p(kr) + C_1 Y_p(kr)] (A_1 e^{jp\theta} + B_1 e^{-jp\theta}) e^{j\omega t} e^{-j\beta z} \quad (2.54.)$$

cu  $C_1, A_1, B_1$  alte constante arbitrare.

### 2.2.2. Determinarea componentelor transversale

Din ecuația undelor se obține:

$$k^2 \underline{H}_t = -j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \underline{a}_z \times \nabla_t E_Z + j\beta \nabla_t H_Z \quad (2.55.)$$

$$k^2 \underline{E}_t = j\omega \mu_r \mu_0 \underline{a}_z \times \nabla_t H_Z - j\beta \nabla_t E_Z \quad (2.56.)$$

unde  $\nabla_t \varphi = \underline{\ell} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \underline{m} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$  cu  $\underline{\ell}$  și  $\underline{m}$  versorii direcției radiale și azimutale

iar

$$\underline{a}_z \times \nabla_t \varphi = \underline{m} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \underline{\ell} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \quad (2.57.)$$

Înlocuim și separăm componentele radiale și azimutale:



$$\begin{cases} H_r = j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{k^2 r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - j \frac{\beta}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} \\ H_\theta = -j \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} - j \frac{\beta}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \\ E_r = -j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{k^2 r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - j \frac{\beta}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ E_\theta = j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} - j \frac{\beta}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \end{cases} \quad (2.58.)$$

Pentru determinarea componentelor transversale ale câmpului electromagnetic în ghidul circular, aplicăm condițiile pe frontieră și specificăm constantele arbitrare.

Condițiile pe frontieră constau în:

- impunerea valorilor finite ale câmpului în toate punctele din secțiunea transversală;
- câmpurile la unghiurile  $\theta$  să fie egale cu cele de la unghiul  $\theta + 2\pi$ ;
- componentele tangențiale ale lui  $\underline{E}$  și normale ale lui  $\underline{H}$  să se anuleze pe suprafața perfect conductoare  $r=a$ .

C1. Pentru a obține aceleași valori ale câmpului pentru unghiurile  $\theta$  și  $\theta + 2\pi$  trebuie ca valoarea lui  $p$  din (2.53.), (2.54.) să fie număr întreg.

C2. Câmpurile trebuie să fie finite la  $r=0$ , dar  $Y_p(kr)$  este infinit în acel punct pentru orice  $p$  indiferent de  $k$  (real, imaginar sau complex). Termenul ce conține  $Y_p(kr)$  este exclus dintre soluții astfel că  $C$  sau  $C'$  vor fi nuli iar ecuațiile (2.53.), (2.54.) devin:

$$E_z = J_p(kr)(Ae^{jp\theta} + Be^{-jp\theta})e^{j\omega t} e^{-j\beta z} \quad (2.59.)$$

$$H_z = J_p(kr)(A'e^{jp\theta} + B'e^{-jp\theta})e^{j\omega t} e^{-j\beta z} \quad (2.60.)$$

C3. Când  $r = a$ ,  $E_z = 0$  pentru orice  $\theta$ , când  $J_p(ka) = 0$ .  
(2.61.)

Această ecuație determină valorile pentru care  $ka$  anulează  $J_p$ .

C4. Pentru  $r = a$ ,  $\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$  pentru orice  $\theta$ , când  $J_p'(ka) = 0$   
(2.62.)

și se determină valorile posibile ale lui  $k$  pentru care  $ka$  anulează  $J_p'$ .

Condițiile C3 și C4 sunt satisfăcute simultan pe frontieră când  $E_z \neq 0$ ,  $H_z = 0$ ,  $E_z = 0$ ,  $H_z \neq 0$ , când există modurile  $E$  și  $H$  ca la ghidurile dreptunghiulare.

Alegând convenabil pe  $k$ , soluțiile ecuațiilor (2.59.), (2.60.) satisfac condițiile pe frontieră și câmpurile pot exista pentru orice valoare  $A$  și  $B$  în cazul modurilor  $E$ , sau  $A', B'$  în cazul modurilor  $H$ .

Dacă  $B = \pm A$  factorii exponențiali conduc la funcții de sinus și cosinus:

$$\begin{cases} E_z = NJ_p(kr)e^{j\omega t}e^{-j\beta z} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} p\theta \\ H_z = N' J_p(kr)e^{j\omega t}e^{-j\beta z} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} p\theta \end{cases} \quad (2.63.)$$

unde  $N$  sau  $N'$  sunt factori de normalizare.

Dacă  $A$  sau  $B$  este zero, câmpul variază cu  $\exp(-jp\theta)$  și se reprezintă ca suma a două unde:

$$E_z = AJ_p(kr)(\cos p\theta \pm \sin p\theta)e^{j\omega t}e^{-jz} \quad (2.64.)$$

$J$  se poate scrie ca  $\exp\left(\pm j\frac{\pi}{2}\right)$ , reprezentând o deplasare de fază de

$90^\circ$  a unei în sinus față de unda în cosinus. Unda compusă, care cuprinde două unde în cuadratură spațială și temporală este polarizată circular pe axa ghidului.

Înlocuim relațiile (2.63.), (2.64.) în (2.58.) și obținem componentele câmpului electromagnetic ce se propagă în cazul modurilor  $E$  și  $H$  în ghidul circular.

În cazul modului  $E$ :

$$\begin{cases} E_z = NJ_p(kr) \cos p\theta \\ E_\theta = \frac{j\beta p}{k^2 r} NJ_p(kr) \sin p\theta \\ E_r = -j \frac{\beta}{k} NJ_p'(kr) \cos p\theta \\ H_r = -j \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k^2 r} NJ_p(kr) \sin p\theta \\ H_\theta = -j \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k} NJ_p'(kr) \cos p\theta \\ H_z = 0 \end{cases} \quad (2.65.)$$

Componentele câmpului electromagnetic pentru modul  $H$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = j \frac{\omega \mu_0 \mu_r P}{k^2 r} N' J_p(kr) \sin p\theta \\ E_\theta = j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{k} N' J'_p(kr) \cos p\theta \\ E_z = 0 \\ H_z = N' J_p(kr) \cos p\theta \\ H_\theta = j \frac{\beta p}{k^2 r} N' J_p(kr) \sin p\theta \\ H_r = -j \frac{\beta}{k} N' J'_p(kr) \cos p\theta \end{array} \right. \quad (2.66.)$$

În ecuațiile de mai sus a fost omis factorul  $e^{j\omega t}$ . Distribuția liniilor de câmp pentru câteva moduri particulare se poate observa în figurile din anexă.

### 2.2.3. Constanta de fază și frecvența critică

*Constanta de fază* Ecuațiile (2.61.) și (2.62.) reprezintă ecuațiile caracteristice pentru modurile  $E$  și  $H$ . Dacă în ecuația caracteristică pentru modurile  $E$  (2.61.)  $\rho_{pq}$  este rădăcina de ordinul  $q$  a lui  $J_p$ , se obține modul  $E_{pq}$ . Pentru  $k_{pq} = \rho_{pq}$  rezultă ecuația *constantei de fază*:

$$\beta_{pq} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r - \frac{\rho_{pq}^2}{c^2} \quad (2.67.)$$

cu o mulțime dublu infinită de valori ale lui  $\beta$ , în concordanță cu valorile lui  $p$  și  $q$ . Rădăcinile funcției Bessel se găsesc tabelate.

Analog pentru modurile  $H_{pq}$  se notează  $\rho'_{pq}$  rădăcina a  $q$ -a a funcției  $J'_p$  (2.62.) și rezultă ecuația:

$$\beta_{pq} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r - \frac{\rho'^2_{pq}}{c^2} \quad (2.68.)$$

*Frecvența critică.* În ecuațiile (2.67.) și (2.68.) se pune condiția  $\beta_{pq} = 0$  și se obține frecvența critică a modurilor  $E_{pq}$  sau  $H_{pq}$

Pentru modul  $E_{pq}$  rezultă:

$$\omega_{cr} = \frac{\rho_{pq}}{c \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad (2.69.)$$

iar pentru modurile  $H_{pq}$  se înlocuiește  $\rho_{pq}$  cu  $\rho'_{pq}$ . Lungimea de undă în spațiul liber are expresia:

$$\lambda_{cr} = \frac{2\pi c}{\omega_{cr}} = \frac{2\pi}{\omega_c \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (2.70.)$$

se folosește pentru determinarea valorii lungimii de undă critice pentru modurile  $E$  și  $H$ :

$$\lambda_{cr} = 2\pi a \frac{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}{\rho_{pq}}(E); \lambda_{cr} = 2\pi a \frac{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}{\rho'_{pq}} \quad (2.71.)$$

Modul fundamental se obține pentru cele mai mici valori ale lui  $\rho_{pq}$  sau  $\rho'_{pq}$ .

#### 2.2.4. Vitezele de fază și de grup ; impedanța de undă

*Viteza de fază și de grup.* Pentru determinarea vitezei frontului de undă de fază constantă în ghidul circular se folosește aceeași metodologie ca la ghidul dreptunghiular.

$$V_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \left( 1 - \frac{k^2}{\omega^2 \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \right)^{-0,5} \quad (2.72.)$$

Derivând expresia constantei de fază în raport cu frecvența unghiulară, obținem:

$$V_g = \left( \frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \left( 1 - \frac{k^2}{\omega^2 \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \right)^{0,5} \quad (2.73.)$$

$$\text{Se observă că: } V_g V_f = \frac{c^2}{\varepsilon_r \mu_r} \quad (2.74.)$$

Viteza de fază este mai mare decât viteza luminii iar când frecvența tinde spre infinit, ambele viteze se apropie de viteza luminii.

*Impedanța de undă* se determină efectuând raportul între componentele câmpului electric și cele ale câmpului magnetic din planul secțiunii transversale.

Pentru modul  $TE$ :

$$Z_{TE} = \frac{k_0}{\beta} Z_0 \quad (2.75.)$$

iar pentru modul  $TM$ :

$$Z_{TM} = \frac{\beta}{k_0} Z_0 \quad (2.76.)$$

unde:  $Z_0^2 = \frac{m_0}{e_0}$  reprezintă impedanța de undă în spațiul liber.

#### 2.2.5. Filtre de mod.

Când în interiorul ghidului de undă sunt prezente două sau mai multe moduri, este foarte greu de determinat circuitul echivalent de

microunde. De asemenea , există mai multe moduri parazite care reduc eficiența modului excitat și nu poate fi utilizată întreaga putere transmisă. Pentru evitarea sau micșorarea modurilor nedorite, se utilizează filtre de mod sau absorbanți de mod.

Filtrele de mod sunt realizate din ecrane metalice cu geometrie convenabilă, plasate în planul secțiunii transversale a ghidului de undă. Prin proiectarea acestor ecrane, modurile nedorite sunt refractate, fără a afecta transmisia modului excitat.

În construcția filtrelor de mod se folosesc conductoare subțiri dispuse de-a lungul liniilor de câmp electric din planul secțiunii transversale pentru modul nedorit, dar să nu cuprindă componentele transversale ale modului util (fig.2.14.).

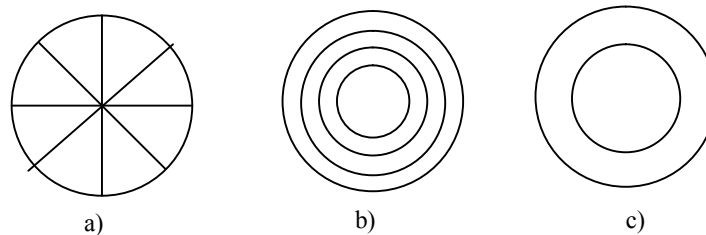


Fig.2.14. Filtre de mod din fire conductoare.

În figura 2.14.a. filtrul de mod prezentat suprimă alte moduri în afară de  $TE_{01}$  (care nu are componente radiale ale câmpului electric). Alte moduri  $TE$  din ghidul circular cu  $p \neq 0$ , sunt reflectate de ecran, deoarece conțin componente transversale ale câmpului electric de-a lungul direcției radiale. De asemenea sunt reflectate toate modurile  $TM$  care au componente electrice radiale . Filtrul din figura 2.14.b. este convenabil pentru modul  $TM_{01}$  în ghidul circular . Toate modurile  $TM_{pq}$  cu  $p \neq 0$  sunt reflectate de acest ecran și toate modurile  $TE_{pq}$ .

În figura 2.14.c. este prezentat un inel rezonant care reflectă modul  $TE_{11}$  în ghidul circular, chiar dacă și modul  $TE_{01}$  este parțial reflectat.

Pentru asigurarea compatibilității mecanice, dimensiunile ghidurilor circulare folosite în microunde urmează recomandările de standardizare propuse de Comisia Internațională de Electrotehnică, *IEC 153*, prezentate în anexe.

## 2.3. Discontinuități în liniile de transmisie

Modificarea bruscă a dimensiunilor geometrice sau a parametrilor de material în lungul liniilor de transmisie constituie discontinuități ale acestora. Aceste discontinuități duc la distorsiunea distribuției câmpului prin forma geometrică și poziția discontinuității. Reprezentarea câmpului distorsionat de o discontinuitate se face prin serii infinite care satisfac condițiile la limită (pe frontiera sursei).

Obținerea unor circuite cu constante concentrate echivalente depinde de posibilitatea cu care se pot determina câmpurile electrice și magnetice care generează curenți în zona discontinuității.

Reprezentarea printr-un circuit cu constante concentrate a unei discontinuități este valabilă dacă pe linia de transmisie se află un singur obstacol sau mai multe, la o distanță mult mai mare decât lungimea de undă. Prin perturbarea structurii câmpului în zona discontinuității se strică echilibrul între energiile înmagazinate în câmp electric și magnetic. În funcție de valoarea dezacordului și de modul de variație al acestuia cu frecvența, discontinuitățile pot fi realizate prin utilizarea unor suprafețe conductoare (diafragme) cu fante de diferite forme în diferite poziții sau cu materiale conductoare de formă cilindrică (tije).

### 2.3.1. Diafragme

Diafragmele sunt plăcuțe metalice subțiri așezate în secțiunea transversală a ghidului astfel încât să nu o acopere în întregime.

Clasificarea diaframelor se face după mai multe criterii:

a). După reactanțele echivalente introduse în traseul de ghid, diafragmele sunt:

- inductive (fig.2.15.)
- capacitive (fig.2.18.)
- rezonante – paralel
  - serie (fig.2.21.)

b). După dispunerea în secțiunea transversală a ghidului, diafragmele sunt:

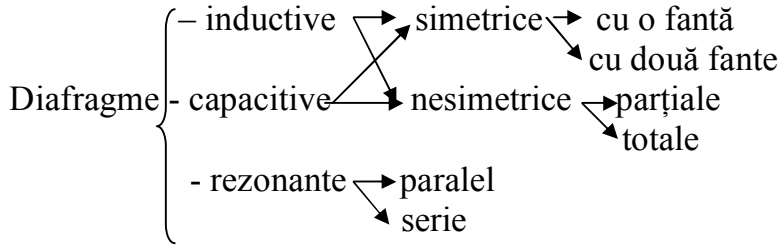
- simetrice (fig.2.15.a,b; fig 2.18.a,b)
- asimetrice (fig.2.15.c,d; fig.2.18.c,d)

c). După forma fantei diafragmele sunt:

- dreptunghiulare

- cilindrice (circulare, inelare)

Schematic, clasificarea diafragmelor poate fi reprezentată astfel :



### 2.3.1.1. Diafragme cu fantă inductivă

Considerăm că ghidul nu are pierderi, sursa și sarcina se află la  $+\infty$  și respectiv  $-\infty$ , diafragma are o grosime neglijabilă și este confecționată din material conductor ideal.

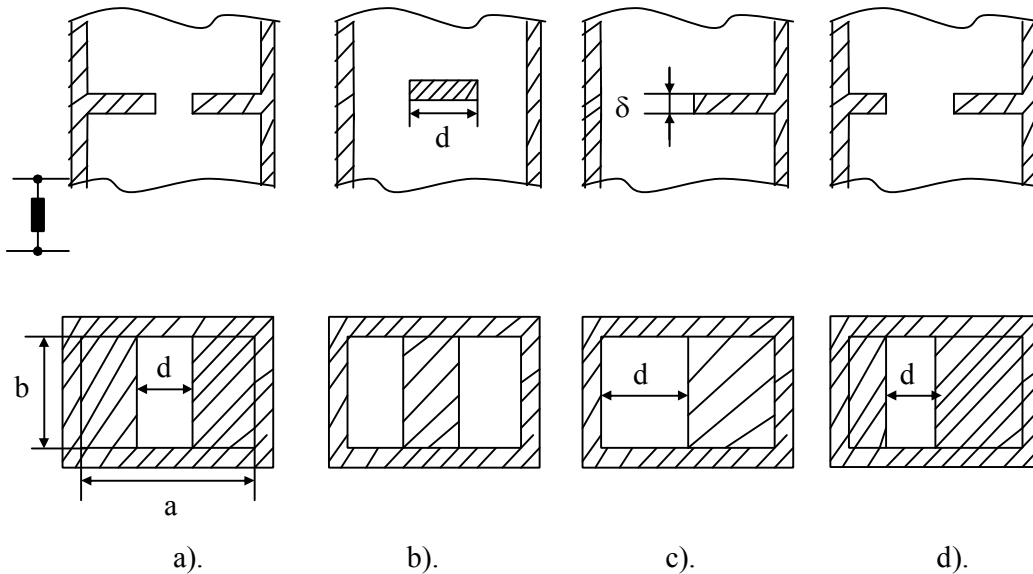


Fig.2.15. Tipuri de diafragme cu fantă inductivă

a). simetrică cu o fantă; b). simetrică cu două fante; c). nesimetrică totală; d) nesimetric

Fanta paralelă cu liniile de câmp electric pe toată înălțimea ghidului are comportare asemănătoare cu o inductanță dispusă paralel pe ghidul de undă, dacă prin aceasta se transmite modul fundamental  $H_{10}$ .

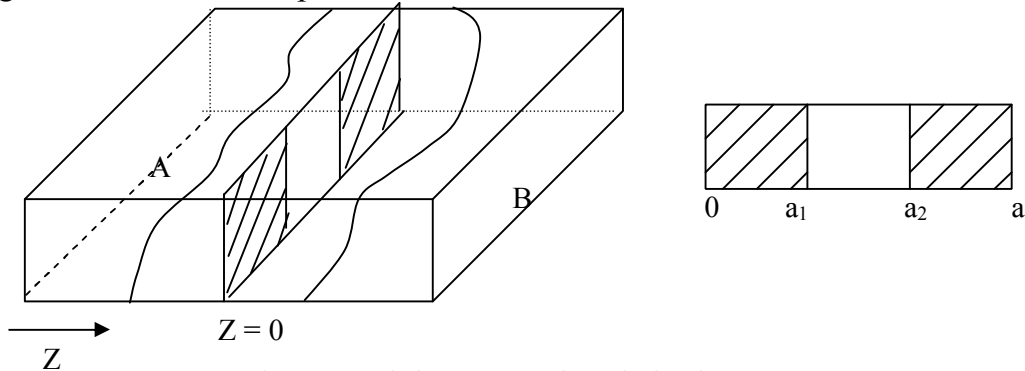


Fig. 2.16. Diafragmă cu fantă inductivă

Componenta electrică este descrisă de relația:

$$E_{y_1} = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} \quad (2.77.)$$

Diafragma introduce în acest caz perturbații pe latura mare (a) și apar moduri superioare de tip  $H_{om}$  în care componenta electrică  $E_{ym}$  se descrie prin funcția:

$$E_{y_m} = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-\gamma_m z}, m = 2,3,4 \quad (2.78.)$$

care se propagă cu constanta de propagare  $\gamma_m$ . Lungimea de undă critică are valoarea:

$$\lambda_{c_m} = \frac{2a}{m} \quad (2.79.)$$

În zona  $A$  ( $z < 0$ ) se însumează câmpul electric al modului fundamental (incident  $E_{y_1}^i$  și  $E_{y_1}^r$  reflectat) cu câmpurile electrice ale modurilor superioare reflectate  $E_{y_m}^r$  și rezultă câmpul electric total:

$$E_y^A = E_{y_1}^i + E_{y_1}^r + \sum_{m=2}^{\infty} E_{y_m}^r = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} + \Gamma_1 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{\gamma_1 z} + \sum_{m=2}^{\infty} \Gamma_m E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{\gamma_m z} \quad (2.80.)$$

În zona  $B$  ( $z > 0$ ) câmpul electric se obține din însumarea undelor directe ale modului fundamental și a celor superioare:

$$E_y^B = T_1 E_{y_1}^i + \sum_{m=2}^{\infty} T_m E_{y_m}^i = T_1 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} + \sum_{m=2}^{\infty} T_m E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{\gamma_m z} \quad (2.81)$$

Din dezvoltarea funcției  $E_y$  în serie Fourier, obținem coeficienții de reflexie  $\Gamma_m$  și de transmisie  $T_m$ , reținând numai termenii în sinus și cosinus în zona discontinuității:

$$T_1 = \frac{1}{a} \int_{a_1}^{a_2} E_{y_1} dx, T_m = \frac{2}{a} \int_{a_1}^{a_2} E_{y_1} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \quad (2.82.)$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{a} \int_0^{a_1} E_{y_1} dx + \frac{1}{a} \int_{a_2}^a E_{y_1} dx \quad (2.83.)$$

$$\Gamma_m = \frac{1}{a} \int_0^{a_1} E_{y_1} \sin \frac{m\pi x}{a} dx + \frac{1}{a} \int_{a_2}^a E_{y_1} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \quad (2.84.)$$

În zona aperturii (diafragmei) intensitatea câmpului electric din zona  $A$  este egală cu intensitatea câmpului electric din zona  $B$ .



$$\int_{a_1}^{a_2} E_{y_1}^A dx \Big|_{Z=0} = \int_{a_1}^{a_2} E_y^B dx \Big|_{Z=0} \quad (2.85.)$$

Înlocuim expresiile celor două câmpuri din zona aperturii ( $Z = 0$ ):

$$\begin{aligned} E_0 \int_{a_1}^{a_2} \sin \frac{\pi x}{a} dx + E_0 \int_{a_1}^{a_2} \Gamma_1 \sin \frac{\pi x}{a} dx + E_0 \sum_{m=2}^{\infty} \Gamma_m \int_{a_1}^{a_2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} dx = \\ = E_0 \int_{a_1}^{a_2} T_1 \sin \frac{\pi x}{a} dx + E_0 \sum_{m=2}^{\infty} T_m \int_{a_1}^{a_2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \end{aligned} \quad (2.86.)$$

Ținând seama de relațiile (2.82.), (2.83.), (2.84.) se obțin ecuațiile:

$$T_1 + \Gamma_1 T_1 = T_1^2; \quad \sum_{m=2}^{\infty} \Gamma_m T_m = \sum_{m=2}^{\infty} T_m^2 \quad (2.87.)$$

Dacă cunoaștem componenta electrică  $E_y$  la modurile de tip  $H_{m_0}$ , atunci, componentele magnetice se deduc cu relațiile:

$$H_z = C_1 \frac{\partial E_y}{\partial x}; \quad H_x = C_2 \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (2.88.)$$

unde  $C_1$  și  $C_2$  sunt constante.

Componentele transversale ale intensității câmpului magnetic din zonele  $A$  și  $B$  se descriu cu relațiile:

$$H_x^A = -\gamma_1 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} + \gamma_1 \Gamma_1 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{\gamma_1 z} + \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \Gamma_m E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{\gamma_m z} \quad (2.89.)$$

$$H_x^B = -\gamma_1 E_0 T_1 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-\gamma_1 z} - \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m T_m E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-\gamma_m z} \quad (2.90.)$$

În zona discontinuității (fantei) impunem condiția de continuitate a componentei magnetice:

$$\int_{a_1}^{a_2} H_x^A dx \Big|_{Z=0} = \int_{a_1}^{a_2} H_x^B dx \Big|_{Z=0} \quad (2.91.)$$

Înlocuim componentele câmpului în zona diafragmei și obținem:

$$-\gamma_1 T_1 + \gamma_1 \Gamma_1 T_1 + \frac{1}{2} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \Gamma_m T_m = -\gamma_1 T_1^2 - \frac{1}{2} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m T_m^2 \quad (2.92.)$$

Dacă ținem seama de relația (2.87.) rezultă:

$$\gamma_1 T_1 (1 - \Gamma_1) = \gamma_1 T_1^2 + \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m T_m^2 \quad (2.93.)$$

În zona depărtată de diafragmă, câmpul se propagă numai pe modul fundamental. Coeficientul de reflexie are forma:

$$\Gamma_1 = \frac{1 - Y_S}{1 + Y_S} \quad (2.94.)$$

unde  $Y_S$  este sarcina normată dispusă în paralel pe discontinuitate:

$$Y_S = 1 - \frac{2\Gamma_1}{1 + \Gamma_1} = 1 + jb \quad (2.95.)$$

unde  $b = \frac{B}{Y}$  se determină în practică cu formula aproximată:

$$b = \frac{B}{Y} = \frac{\lambda_g \left( 1 + \sin^2 \frac{\pi w}{2a} \cdot \text{ctg}^2 \frac{\pi x}{a} \right)}{\text{ctg}^2 \frac{\pi x}{a}} \quad (2.96.)$$

unde  $w$  și  $x$  se observă în figura 2.17.

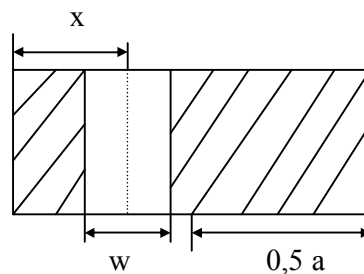


Fig. 2.17. Diafragmă asimetrică cu fantă inductivă

Pentru diafragma simetrică ( $x = a/2$ ), susceptanța fantei inductive devine:

$$\frac{B}{Y} = -\frac{\lambda_g}{a} \text{ctg}^2 \frac{\pi x}{a} \quad (2.97.)$$

Creșterea grosimii diafragmei sau plasarea la o distanță mai mică decât  $0,125 \lambda_g$  de o altă diafragmă cu fantă, duce la creșterea valorii susceptanței față de valorile estimate cu relațiile anterioare.

### 2.3.1.2. Diafragma cu fantă capacitivă

Fanta capacitivă este practică perpendicular pe latura mică a ghidului și produce perturbarea liniilor de câmp electric.

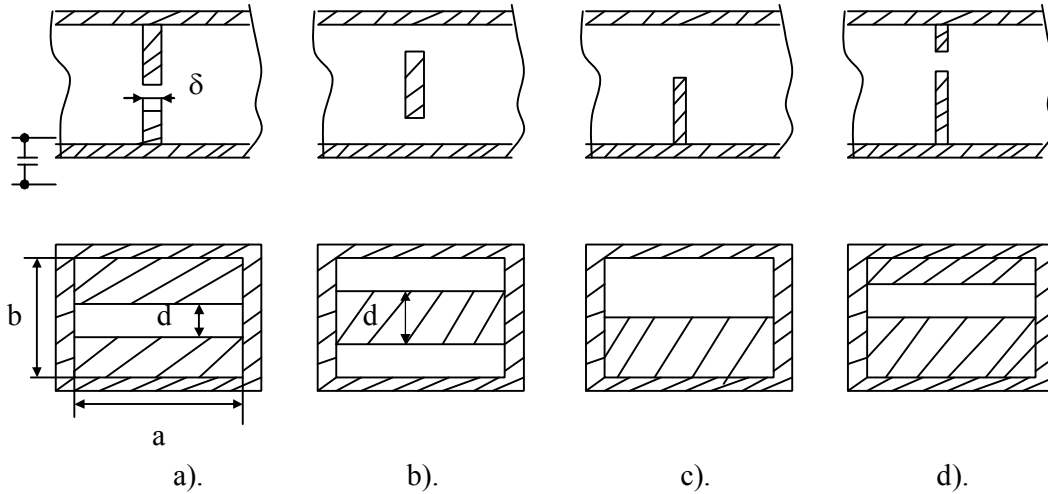


Fig.2.18. Tipuri de diafragme cu fante capacitive

- a). diafragmă capacitivă cu o fantă; b). diagramă capacitivă simetrică cu două fante;  
 c). diagramă capacitivă cu asimetrie totală; d). diagramă capacitivă cu asimetrie

Metodologia de calcul a diafragmei cu fantă capacitivă este asemănătoare cu cea prezentată la diagrama cu fantă inductivă.

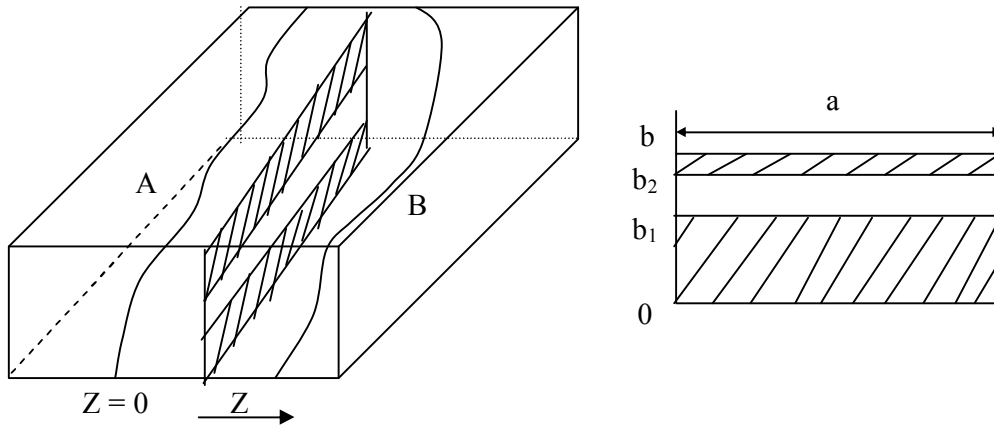


Fig. 2.19. Diafragmă cu fantă capacitivă

În ghidul de undă apar moduri superioare  $H_{ln}$  în care amplitudinea componentei electrice a câmpului electromagnetic este dată de relația:

$$E_{y_n} = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (2.98.)$$

iar constanta de propagare este:

$$\gamma_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad (2.99.)$$

Dezvoltăm în serie Fourier componenta  $E_{y_1}$ , reținem numai termenii în cosinus și obținem coeficienții de transmisie și de reflexie:

$$T_1 = \frac{1}{b} \int_{b_1}^{b_2} E_{y_1} dy, \quad T_n = \frac{2}{b} \int_{b_1}^{b_2} E_{y_1} \cos \frac{n\pi y}{b} dy \quad (2.100.)$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{b} \int_0^{b_1} E_{y_1} dy + \frac{1}{b} \int_{b_2}^b E_{y_1} dy \quad (2.101.)$$

$$\Gamma_n = \frac{2}{b} \int_0^{b_1} E_{y_1} \cos \frac{n\pi y}{b} dy + \frac{2}{b} \int_{b_2}^b E_{y_1} \cos \frac{n\pi y}{b} dy \quad (2.102.)$$

Valoarea susceptanței diafragmei cu fantă capacitivă se determină din relația:

$$\frac{B}{Y_0} = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2 \mu \varepsilon}}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \omega^2 \mu \varepsilon}} \left(\frac{T_n}{T_1}\right)^2 \quad (2.103.)$$

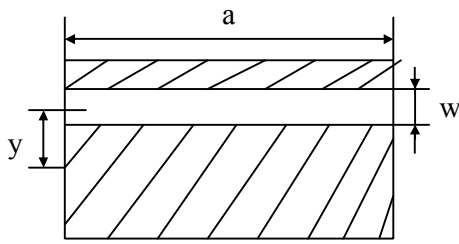


Fig.2.20. Diafragmă cu fantă capacitivă

Pentru o fantă capacitivă simetrică:

$$\frac{B}{Y_0} = \frac{4b}{\lambda_g} \ln \left[ \operatorname{cosec} \left( \frac{\pi w}{2b} \right) \right] \quad (2.104.)$$

Dacă se ia în considerare grosimea fantei și pierderile active ce au loc în materialul conductor al diafragmei, valoarea totală a admitanței se modifică.

$$\frac{Y_t}{Y_0} = 1 + \frac{G}{G_0} + j \frac{B_t}{Y_0} \quad (2.105.)$$

unde, 
$$\frac{B_t}{Y_0} = \frac{B}{Y_0} + \frac{2\pi\delta}{\lambda_g} \left( \frac{b}{w} - \frac{w}{b} \right) \quad (2.106.)$$

$$\frac{G}{G_0} = \frac{2\pi\delta}{\lambda_g} \cdot \frac{B_0}{Y_0} \cdot \frac{w}{b} \quad (2.107.)$$

### 2.3.1.3. Tije și diafragme rezonante

Diafragma rezonantă este o diafragmă mixtă constituită din suprapunerea a două diafragme cu fante, una capacitivă și una inductivă și este echivalentă cu un circuit derivație rezonant conectat în paralel pe ghid.

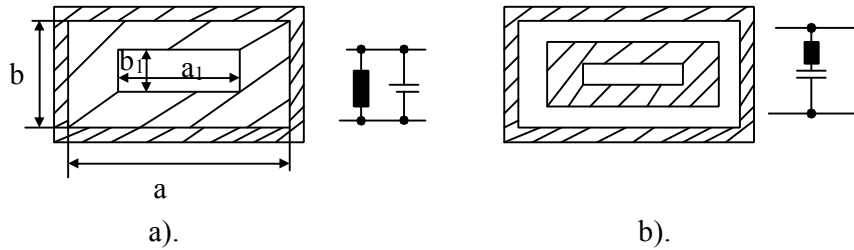


Fig.2.21. Tipuri de diafragme rezonante  
a). paralel; b). serie

Condiția de rezonanță se obține din relația:

$$\frac{a}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = \frac{a_1}{b_1} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_1}\right)^2} \quad (2.108.)$$

Se observă că valoarea minimă a lățimii fantei este  $a_1 = \frac{\lambda}{2}$  astfel că diafragma să fie rezonantă.

Dacă notăm coordonatele colțului fantei cu  $x$  și  $y$ .

$$2a_1 = x \quad (2.109.)$$

$$2b_1 = y$$

relația (2.108.) devine o hiperbolă

$$\frac{x^2}{\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2} = \frac{y^2}{\left(\frac{b\frac{\lambda}{2}}{\sqrt{2a^2 - \lambda^2}}\right)^2} = 1$$

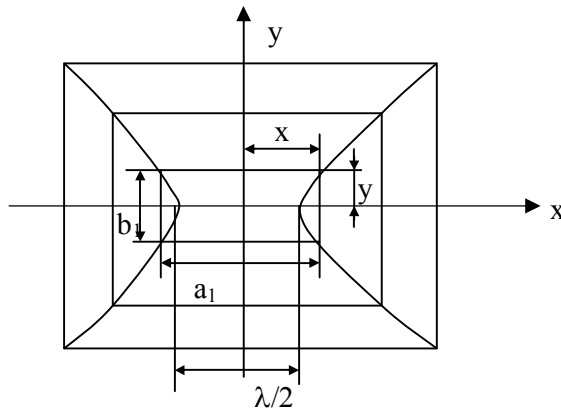


Fig. 2.22 Locul geometric al colțurilor fantei

(2.110.)

Când  $y = 0, x = \frac{\lambda}{4}$  și deci deschiderea totală este  $\frac{\lambda}{2}$ .

Când  $x = -\frac{a}{2}, y = \frac{b}{2}$  hiperbola are vârful la  $\left(\frac{\lambda}{4}, 0\right)$  și trece prin colțul

ghidului  $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$ . Această hiperbolă este locul geometric al colțurilor fantei pentru care diafragma este rezonantă la frecvența dată. Dezavantajul acesteia diafragmei constă în aceea că nu se poate modifica frecvența de rezonanță. Acest dezavantaj este înlăturat prin folosirea tijelor rezonante. Ca și diafragmele, tije, caracterizate prin diametru  $\Phi$  și poziția în ghidul dreptunghiular se clasifică astfel:

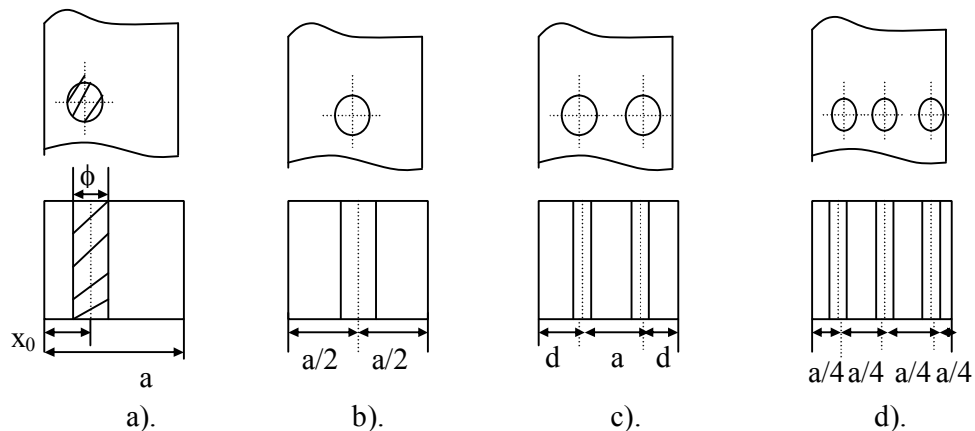
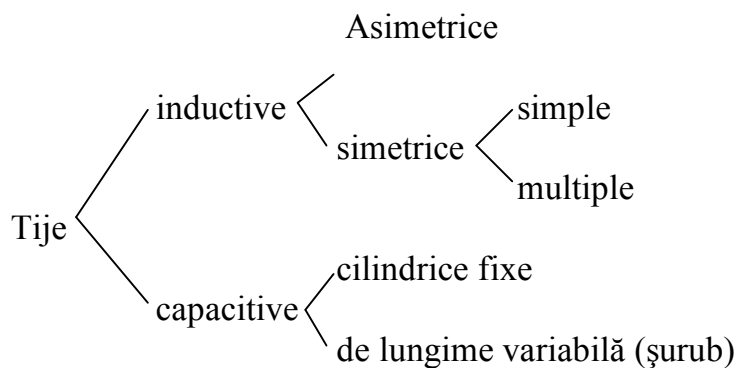


Fig.2.23.. Tipuri de tije inductive

a). asimetrice; b). simetrice simple; c,d). simetrice multiple.

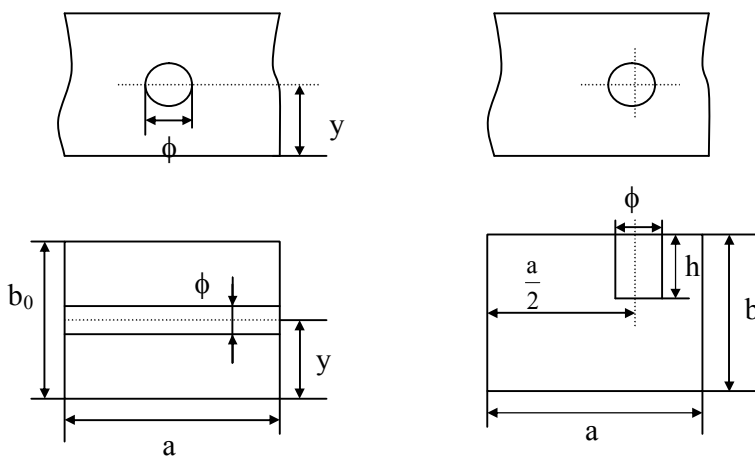


Fig.2.24. Tipuri de tije capacitive

a). cilindrice fixe; b). de lungime variabilă

Diferite tipuri de tije sunt reprezentate în fig.2.23. și 2.24.

Tijele sunt folosite ca elemente de adaptare, ca elemente periodice în filtre (fig.2.23.). Susceptanța a trei tije cilindrice identice așezate la distanțe egale  $a/4$  se determină cu relația:

$$B \frac{a_g}{\lambda_g} = - \frac{4}{\ln\left(0,081 \frac{a}{\phi}\right) + 0,0404 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2} \quad (2.111.)$$

Tijele capacitive (fig.2.24.) pot fi fixe cu axul perpendicular vectorului câmp electric (orizontal în ghidul dreptunghiular) sau cu lungime variabilă (șurub).

Dacă șurubul (sau tija de lungime variabilă) are lungimea  $h$  mică în comparație cu înălțimea ghidului dreptunghiular (fig.2.24.b.), respectiv cu lungimea de undă, șurubul este capacitiv. Când efectul grosimii nu este neglijabil, circuitul echivalent al șurubului este reprezentat de un cuadripol pur capacitiv.

Dacă lungimea  $h$  crește (depășește  $\lambda_g/4$ ) reactanța paralelă devine inductivă, trecând prin valoarea zero (rezonanță serie).

### 2.3.2. Cavități rezonante

*Rezonatorii electromagnetici* sunt circuite pasive de microunde în care au loc fenomene de rezonanță. Ele se folosesc în construcția oscilatoarelor, amplificatoarelor de frecvențe foarte mari, ca filtre, discriminatoare de frecvență, undametre, etc.

Rezonatorul este realizat sub forma unui corp geometric dielectric (rezonator cu pereți deschiși), poate fi parțial deschis (cavitatea Fabry-Perot) sau poate fi complet delimitat de o suprafață conductoare (cavități rezonante).

*Cavitățile rezonante* pot preveni din ghiduri de undă uniforme și au forme cilindrice, de paralelipiped sau pot avea o formă oarecare (sferice sau toroidale).

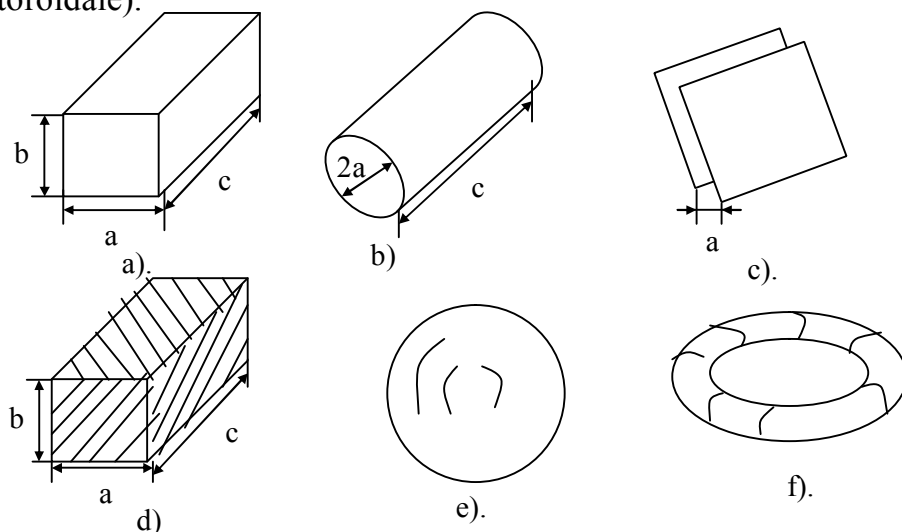


Fig.2.25. Tipuri de rezonatori electromagnetici  
a). paralelipipedic; b). cilindric; c). parțial deschis(Fabry-Perot); d). dielectric;  
e). sferic; f). toroidal.

Cavitatea rezonantă se poate realiza cu una sau mai multe părți iar cuplajul cu generatorul sau sarcina se face prin aperturi (diafragme cu fante), inductiv sau capacitiv.

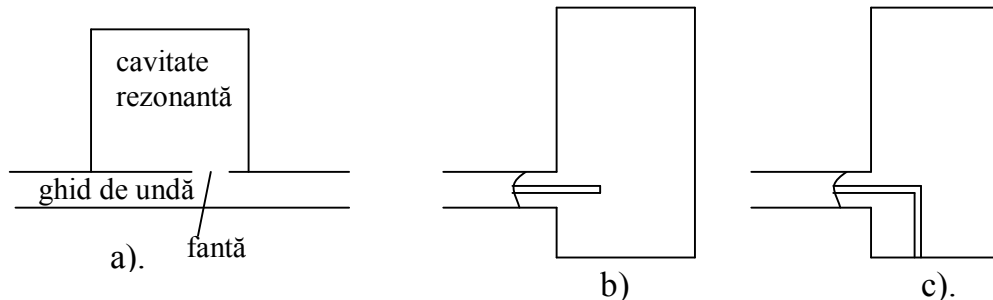


Fig.2.26. Tipuri de cuplaje la cavitatea rezonantă  
a). cu diafragmă cu fantă; b). capacitiv; c). inductiv

Parametrii fundamentali ai rezonatorului electromagnetic sunt: frecvența de rezonanță, factorul de calitate și impedanța la rezonanță.

Frecvența de rezonanță este frecvența pentru care pe parcursul unei perioade, energia înmagazinată în câmp electric este transferată în totalitate în câmp magnetic și invers.

Determinarea frecvenței de rezonanță presupune cunoașterea mărimilor primare: inductanță, capacitate, rezistență.

Pierderile active din circuitul pasiv de microunde se apreciază prin factorul de calitate. Pentru determinarea frecvenței de rezonanță și a factorului de calitate trebuie cunoscută structura câmpului în interiorul rezonatorului.

La cavitățile rezonante provenite din linii uniforme la care se cunosc soluțiile analitice ale câmpului care se propagă, frecvența de rezonanță se determină utilizând metoda reflexiilor.

### 2.3.2.1. Cavități rezonante paralelipipedice

Cavitatea rezonantă paralelipipedică se obține dintr-un ghid dreptunghiular prin obturarea cu două diafragme metalice la capete (fig.2.27.).

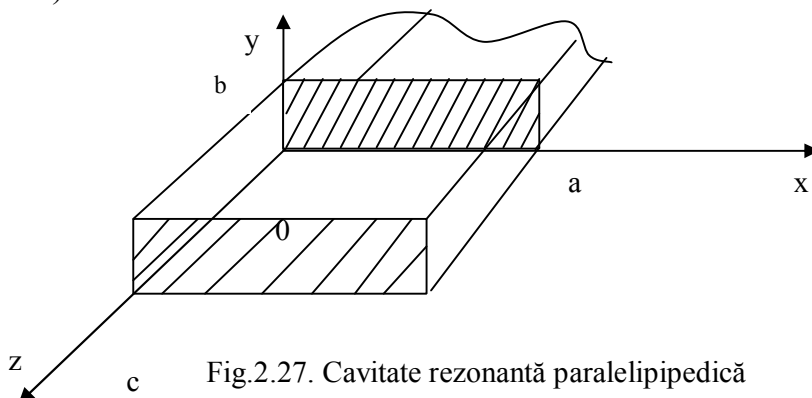


Fig.2.27. Cavitate rezonantă paralelipipedică



Introducerea celor două plane la  $Z = 0$  și  $Z = c$  impune satisfacerea unor condiții pe frontieră de către componentele câmpului electromagnetic și introducerea unor restricții asupra funcțiilor de undă.

Componentele longitudinale ale câmpului electromagnetic trebuie să satisfacă ecuația undelor:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon_0 \mu_0 \right\} \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.112.)$$

Considerăm că mediul are  $\varepsilon_r = 1, \mu_r = 1$ .

Separând variabilele, căutăm soluții de forma:

$$\begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = f(x)g(y)h(z)\exp(j\omega t) \quad (2.113.)$$

unde  $f \neq f(y, z), g \neq g(x, z), h \neq h(x, y)$

Pentru componenta  $E_z$  obținem:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = ghf'' e^{j\omega t}; \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = fhg'' e^{j\omega t}; \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = fgh'' e^{j\omega t} \quad (2.114.)$$

Ecuația (2.112.) devine:

$$ghf'' + gfh'' + fhg'' + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 fgh = 0 \quad (2.115.)$$

Împărțind cu  $fgh$  și integrăm succesiv în raport cu  $x, y, z$ :

$$E_z = (Ae^{jk_x x} + A'e^{-jk_x x}) (Be^{jk_y y} + B'e^{-jk_y y}) (Ce^{jk_z z} + C'e^{-jk_z z}) e^{j\omega t} \quad (2.116.)$$

Analog se determină soluția pentru componenta  $H_z$ :

$$H_z = (De^{jk_x x} + D'e^{-jk_x x}) (Fe^{jk_y y} + F'e^{-jk_y y}) (Ge^{jk_z z} + G'e^{-jk_z z}) e^{j\omega t} \quad (2.117.)$$

Din ecuațiile lui Maxwell se determină componentele din planul secțiunii transversale cunoscând elementele longitudinale:

$$\left. \begin{aligned} k^2 H_x &= \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} + j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ k^2 H_y &= \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial y} - j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ k^2 E_x &= \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} - j\omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ k^2 E_y &= \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} + j\omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2.118.)$$

Putem analiza separat cazurile când componentele  $E_z$  și  $H_z$  sunt nule și însumăm rezultatele.

Presupunând  $E_z = 0$ , constantele din (2.117.) se determină prin impunerea condițiilor pe frontieră componentelor tangențiale ale lui  $E$  și normale ale lui  $H$ :

-pentru  $y = 0$  și  $y = b, E_x = 0$ . Din ecuațiile (2.118.) rezultă  $\frac{\partial H_z}{\partial y} = 0, F = F'$  și  $k_y b = q\pi, q > 0$ ;

- la pereții conductori  $x = 0, x = a, E_y = 0$  Rezultă din (2.118.)

$\frac{\partial H_z}{\partial x} = 0$  și se impune ca  $D = D'$  și  $k_x a = p\pi, p > 0$ ;

- la pereții conductori  $z = 0, z = c, E_x = 0$ . Din sistemul de ecuații (2.118.) rezultă  $\frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$  și  $G = -G'$  iar  $k_z c = r\pi, r > 0$ .

Revenind în ecuația (2.117.) rezultă:

$$H_z = B \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} \sin \frac{r\pi z}{c} e^{j\omega t} \quad (2.119.)$$

Înlocuind în (2.118.) obținem elementele din planul secțiunii transversale:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= jq \frac{\omega\pi\mu_0 B}{k^2 b} \cos \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b} \sin \frac{r\pi z}{c} e^{j\omega t} \\ E_y &= -jp \frac{\omega\pi\mu_0 B}{k^2 b} \sin \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} \sin \frac{r\pi z}{c} e^{j\omega t} \\ H_x &= -\frac{pr\pi^2 B}{k^2 ac} \sin \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} e^{j\omega t} \\ H_y &= -\frac{qr\pi^2 B}{k^2 cb} \cos \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2.120.)$$

Componenta  $H_z$  care se propagă de la generator la sarcină se descrie prin relația:

$$H_z^d = B \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} e^{j(\omega t + \beta z)} \quad (2.121.)$$

Introducând diafragma la  $z = c$ , apare unda reflectată:

$$H_z^r = B\Gamma \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2.122.)$$

Componenta magnetică normală la suprafața conductoare are coeficientul de reflexie  $-1$  și câmpul total  $H_z$  are forma:

$$H_z^t = H_z^d + H_z^r = B \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} [e^{j(\omega t + \beta z)} - e^{j(\omega t - \beta z)}] \quad (2.123.)$$

Pentru diafragma de la  $z = 0$ , condiția pe frontieră este îndeplinită. Ca  $H_z^t$  să fie nul la  $z = c$ , trebuie ca:

$$\sin \beta z \Big|_{z=c} = 0 \quad (2.124.)$$

relație ce se îndeplinește pentru  $\beta_{g_0} C = r\pi, r \in Z$

Rezultă lungimea rezonatorului

$$c = r \frac{\lambda_{\epsilon_0}}{2} \quad (2.125.)$$

ca un multiplu de semiundă.

### 2.3.2.2. Cavități rezonante cilindrice

Cavitatea rezonantă cilindrică se obține dintr-o secțiune de ghid circular de lungime  $c$  și rază  $a$ , scurtcircuitat la ambele capete (fig. 2.25.b). Această cavitate are factor de calitate de valoare foarte mare, poate lucra într-o bandă largă de frecvențe, astfel că se folosește foarte mult în construcția undametreilor.

După cum pentru studiul cavității rezonante paralelipipedice am folosit analogii cu ghidul de undă dreptunghiular, asemănător vom folosi analogiile cu ghidul circular pentru studiul cavității cilindrice.

Ecuția undelor se rezolvă prin metoda separării variabilelor iar componentele transversale se deduc ca la cavitatea paralelipipedică.

Ecuția caracteristică este de forma:

$$\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \frac{\rho^2}{a^2} + \frac{s^2 \pi^2}{c^2} \quad (2.126.)$$

unde  $s$  este un întreg iar  $\rho$  este o constantă care depinde de mod. Deoarece  $E_z$  sau  $\frac{\partial H_z}{\partial r}$  trebuie să se anuleze pe suprafața cilindrului,  $\rho$  este nul al funcției  $J_p(k_r)$  pentru modurile tip  $E$  sau al funcției  $J'_p(k_r)$  pentru modurile  $H$ . În funcție de condițiile pe frontieră, se pot deduce două seturi ale componentelor de câmp pentru  $H_z = 0$  sau  $E_z = 0$ .

### 2.3.2.3. Cavitatea rezonantă coaxială

Cavitatea rezonantă coaxială se obține dintr-un segment de linie coaxială obturat cu două diafragme metalice la capete. Conductorul interior poate fi pe toată lungimea segmentului, sau mai scurt (fig.2.28.).

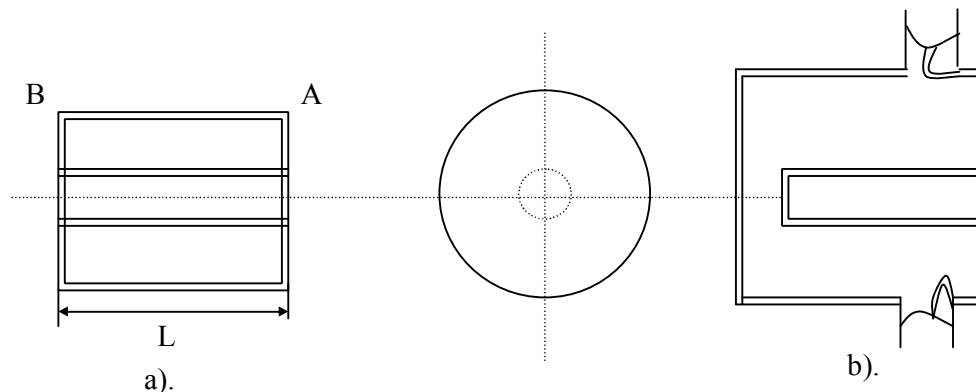


Fig.2.28. Tipuri de cavități rezonante coaxiale

Dacă la  $z = 0$  se aplică un câmp electromagnetic cu faza  $\phi_A = \phi_0$ , prin propagare pe lungimea  $L$  ajunge la capătul în scurtcircuit cu faza  $\phi_B = \phi_0 + \beta L$ . Considerând placa de scurtcircuitare cu conductivitate infinită, rezultă valoarea coeficientului de reflexie  $-1$ . La intrarea în linie, semnalul reflectat va avea faza  $\phi_A = \phi_0 + 2\beta L + \pi$ .

Dacă la  $z = 0$  unda reflectată este în fază cu unda directă, structura are o comportare rezonantă.

Dacă  $k = 2$  se obține modul fundamental de oscilație în care  $\lambda_0 = 4L$  (2.127.)

care ne arată dependența liniară între lungimea de undă și lungimea fizică a rezonatorului.

Introducerea și extragerea semnalelor din rezonator se face prin bucle inductive (fig.2.28.b).

Rezonatorul se proiectează cu conductorul intern mai scurt decât cel exterior obținând un ghid cilindric sub frecvența critică ce va bloca propagarea semnalului în spațiu.

### 2.3.3. Variația frecvenței cavităților rezonante

Frecvența proprie de rezonanță a cavităților se poate modifica în limite relativ mici prin modificarea geometriei acestora. Acest lucru este necesar în procesul de fabricație sau pentru reglaje pe timpul funcționării.

De cele mai multe ori se introduce în cavitatea rezonantă, după axa de simetrie verticală, o mică tijă metalică (șurub). Variația frecvenței de rezonanță obținută este de forma:

$$\Delta f = -f_0 \frac{W_H - W_E}{2W_0} \frac{\Delta V}{V} \quad (2.128)$$

unde  $V$  – volumul cavității,

$\Delta V$  – variația volumului datorită tijei (volumul tijei);

$W_0$  – energia la rezonanță pe unitatea de volum;

$W_E$  – variația energiei electrice pe unitatea de volum;

$W_H$  – variația energiei magnetice pe unitatea de volum.

Pentru o tijă de rază  $r$  și lungime  $h$ , introdusă în cavitate în axul de simetrie  $\left(x = \frac{a}{2}, z = \frac{c}{2}\right)$ :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = -2 \frac{\pi r^2}{a \cdot c} \quad (2.129.)$$

Semnul minus din relațiile (2.128.), (2.129.) arată că scade frecvența de rezonanță.

Modul de oscilație în cavitate este  $H_{101}$ .

Dacă în locul tijei metalice se introduce o tijă dielectrică sau magnetică, relația (2.128.) devine:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \frac{\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} W_E + \frac{\Delta \mu}{\mu} W_H}{2W_0} \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad (2.130.)$$

unde

$$\Delta \varepsilon = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0$$
$$\Delta \mu = (\mu_r - 1)\mu_0$$

De aici se deduce pentru o tijă dielectrică, când  $\Delta \mu = 0$

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta f}{f_0} \cdot \frac{V}{2\Delta V} + 1 \quad (2.131.)$$

constanta dielectrică, cunoscând celelalte mărimi.

## 2.4.Ghiduri de undă cu ferite

Ghidurile de undă cu ferite fac parte din categoria circuitelor nereziproce. Ele au permis construirea unor sisteme de microunde pentru propagarea undelor electromagnetice într-un sens cu o atenuare foarte mică dar sunt absorbite complet dacă propagarea se face în sens contrar. Astfel de circuite nereziproce permit folosirea aceleiași antene cuplată la un sistem de emisie sau cuplată la un sistem de recepție.

Din punct de vedere constructiv, orice material cu parametri fizici ca permeabilitate sau permitivitate ce nu sunt uniforme în toate direcțiile poate fi folosit ca element nereziproce. În această categorie intră și ferita, a cărei permeabilitate magnetică are o structură tensorială.

### 2.4.1.Ferite și granați

Fierul, nichelul și cobaltul au proprietăți feromagnetice determinate de orientarea momentelor de spin ale electronilor neîmperecheați, ai ionilor din structură. Prin polarizare este posibilă alinierea spinilor electronilor. Din cauza conductivității ridicate, materialele feromagnetice obișnuite nu se prea folosesc în domeniul microundelor.

Feritele au o rezistivitate de  $10^{12}$  ori mai mare ca a metalelor și sub acțiunea unui câmp magnetic exterior (fenomen de *ferimagnetism*), are loc alinierea spinilor dispuși în diferite plane.

Feritele nu sunt bune conductoare electrice dar sunt penetrate de câmpul electromagnetic astfel că interacțiunea câmpului electromagnetic cu vectorul de polarizare conduce la efecte nereziproce importante în domeniul microundelor.

Feritele sunt substanțe cristaline anorganice formate din oxigen și cel puțin două tipuri de metale, cu o structură cristalină cubică asemănătoare spinelilor minerali. Feritele sunt compuși ionici cu structură chimică simplă  $(MO)(Fe_2O_3)$ , unde nu lipsește fierul (de unde denumirea de *ferită*) și unde M este ionul unui element bivalent. Cei mai des utilizați ioni sunt:  $Mn^{++}$ ,  $Zn^{++}$ ,  $Fe^{++}$ ,  $Co^{++}$ ,  $Cu^{++}$ ,  $Ni^{++}$ ,  $Mg^{++}$ .

Pentru realizarea feritelor, oxidul de fier se amestecă cu oxidul elementului dorit, se menține 4-24 ore la o temperatură de 1000 - 1400°C (mai mică decât temperatura de topire a oxizilor). Pe timpul arderii, oxizii

sinterizează într-o rețea cubică, unde dimensiunea este dată de atomii de oxigen, iar atomii de metal contribuie la magnetizarea feritei.

Ferita este un material magneto-dielectric cu rezistivitate  $10^6$ - $10^8$   $\Omega$ /cm și permitivitatea electrică relativă între 10 și 20. În câmp magnetic continuu, permeabilitatea magnetică relativă în domeniul microundelor poate lua valori între 10 și 2000 variind cu frecvența.

*Feritele spinelice* sunt mixte și se specifică după materialul utilizat (de exemplu  $Ni_rZn_{k-r}Fe_2O_4$ ).

*Granații* se obțin din silicați de tipul  $A_3B_2Si_3O_{12}$  (de exemplu: ferosilicatul de calciu,  $Ca_3Fe_2Si_3O_{12}$ ) prin schimbarea  $Ca^{++}$  cu  $A^{+++}$  și  $Si^{+++}$  cu  $Fe^{++}$  rezultând o structură de forma  $3A_2O_3 \cdot 5Fe_2O_3$ , unde A reprezintă ionul unui element din grupa pământurilor rare (Z,La,Eu,Gd,etc.).

Granatul cel mai utilizat în practică este granatul de ytriu și fier  $3Y_2O_3 \cdot 5Fe_2O_3$  cu denumirea comercială YIG.

#### 2.4.2. Fenomene magnetice în ferite

Comportamentul nerez reciproc în domeniul microundelor al feritelor a fost demonstrat teoretic în 1939 de D.Polder prin caracterul tensorial al permeabilității acestora la polarizarea cu un câmp magnetic continuu exterior.

În lipsa oricărui câmp vectorul de magnetizare al feritei rămâne paralel cu intensitatea câmpului magnetic continuu  $\underline{H}_0$ . Un câmp exterior duce la perturbarea din poziția de echilibru a vectorului de magnetizare și duce la o mișcare de precesie în jurul lui  $\underline{H}_0$  datorită spinului electronului ce acționează ca un giroscop când este deplasat sub acțiunea unui cuplu de forțe (fig.2.29.).

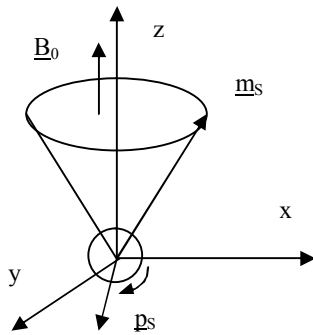


Fig.2.29. Mișcarea de spin

Momentul magnetic de spin

$\underline{m}_S = (m_x, m_y, m_z)^T$  care apare ca urmare a mișcării de rotație a sarcinii electronului în jurul axei proprii, este dat de produsul între raportul giromagnetic de spin ( $\gamma_S = 2e/m$ ) și momentul unghiular  $\underline{p}_S = (p_x, p_y, p_z)^T$ . Prin aplicarea unui câmp magnetic continuu, cu altă direcție decât  $\underline{m}_S$ , de inducție  $\underline{B}_0 = (0, 0, B_0)^T$ , se aplică asupra electronului un cuplu de forțe  $\underline{T} = \underline{m}_S \times \underline{B}_0$  dat de viteza de variație a momentului unghiular de spin.

$$\underline{T} = \underline{m}_S \times \underline{B}_0 = \frac{d\underline{p}_S}{dt} \quad (2.132.)$$

Ținând cont că  $\underline{m}_S = \gamma_S \underline{p}_S$ , și folosind sistemul de coordonate carteziene, obținem ecuațiile:

$$\begin{cases} \frac{d\mu_x}{dt} = -\mu_0 \gamma H_0 \mu_y \\ \frac{d\mu_y}{dt} = \mu_0 \gamma H_0 \mu_x \\ \frac{d\mu_z}{dt} = 0 \end{cases} \quad (2.133.)$$

Ultima ecuație ne arată că momentul magnetic de spin nu variază după axa z iar primele două indică o mișcare oscilatorie, descrisă parametric prin relațiile :

$$\begin{cases} \mu_x = A \cos(\omega_0 t) \\ \mu_y = A \sin(\omega_0 t) \\ \mu_z = ct \end{cases} \quad (2.134.)$$

unde  $A$  – constantă ce depinde de condițiile inițiale, iar  $\omega_0 = \gamma_S \mu_0 H_0$  este *frecvența de girorezonanță* sau *frecvența Larmor*, cu care se rotește  $\underline{m}_S$  în jurul axei z. Valoarea frecvenței Larmor nu depinde de unghiul dintre  $\underline{B}_0$  și  $\underline{m}_S$  (inducția magnetică și momentul magnetic de spin) iar sensul de rotație se poate schimba prin inversarea sensului câmpului magnetic.

La deplasarea axei electronului față de direcția câmpului, electronul nu mai revine în poziția inițială dar își continuă mișcarea de rotație în jurul axei câmpului, asemănător giroscopului.

Dacă perturbațiile vectorului de polarizare sunt periodice, va conduce la oscilații forțate ce depind ca nivel de intensitatea excitației. Excitația produsă de un câmp magnetic de microunde polarizat circular, perpendicular pe  $\underline{H}_0$  va determina oscilații forțate circulare. Un câmp de microunde polarizat liniar se descompune în două polarizări circulare de sensuri inverse iar deplasarea magnetizării va fi eliptică.

Dacă excitația se rotește în sensul precesiei naturale, deplasarea vectorului de magnetizare devine mare, când frecvența oscilației este aceeași cu frecvența Larmor și se produce *rezonanța giromagnetică*.



Fig.2.30. Variația unghiului de precesie în funcție de sensul de rotație al câmpului.



Considerăm că asupra feritei acționează două câmpuri: unul continuu, de polarizare,  $\underline{H}_0=(0,0,H_0)^T$ , și altul de microunde  $\underline{H}_\sim=(H_x e^{j\omega t}, H_y e^{j\omega t}, H_z e^{j\omega t})^T$ , în care  $H_z \ll H_0$ . Câmpul de microunde paralel cu axa  $z$  are numai componente de ordinul doi, componentele de ordinul unu  $M_Z = \mu_0 H_Z$  fiind mai puțin semnificativă.

Dependența vectorului de magnetizare de intensitatea câmpului magnetic se descrie cu ecuația operatorială:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \mu_0 \begin{pmatrix} \chi & -jk & 0 \\ jk & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \quad (2.135.)$$

unde susceptivitatea relativă este mărime tensorială. Inducția în ferită se determină cu relațiile:

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H} + \underline{M} = \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{\chi} \underline{H} = \mu_0 (1 + \underline{\chi}) \underline{H} = \mu_0 \underline{\underline{\mu}} \underline{H} \quad (2.136.)$$

unde tensorul permeabilității magnetice este descris de operatorul:

$$\underline{\underline{\mu}} = \begin{pmatrix} \chi + 1 & -jk & 0 \\ jk & \chi + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.137.)$$

La dimensiuni finite ale feritei, câmpurile magnetice de polarizare, intern și extern, au valori diferite, ceea ce duce la fenomenul denumit *demagnetizarea feritei*.

Dacă se aplică un câmp extern, uniform la o ferită de formă arbitrară, câmpul în interiorul feritei va fi neuniform din cauza efectelor de demagnetizare a polilor magnetici liberi de la suprafața feritei.

### 2.4.3. Propagarea câmpului prin ferită polarizată

Pentru determinarea caracteristicilor undelor electromagnetice care se propagă prin ghidurile ce conțin ferite se rezolvă ecuațiile lui Maxwell în medii anizotrope. Pentru un sistem de coordonate cartezian, în lipsa surselor primare, ecuațiile lui Maxwell au forma:

$$\begin{cases} \nabla \times H'(x, y, z, t) = \nabla \times H(x, y) \exp(j\omega t - \gamma z) = j\omega E(x, y) \exp(j\omega t - \gamma z) \\ \nabla \times E'(x, y, z, t) = \nabla \times E(x, y) \exp(j\omega t - \gamma z) = -j\omega B(x, y) \exp(j\omega t - \gamma z) \end{cases} \quad (2.138.)$$

Descompunem câmpurile și operatorii vectoriali în componente transversale și longitudinale:

$$\begin{cases} \nabla \times H(x, y) = \nabla_t \times H(x, y) \\ \nabla \times E(x, y) = \nabla_t \times E(x, y) \\ \nabla_t = \underline{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \underline{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} \end{cases} \quad (2.139.)$$

Revenim la ecuațiile (2.139.) și obținem:

$$\begin{cases} \nabla_t \underline{H} - \gamma \underline{a}_3 \times \underline{H} = j\omega \underline{E} \\ \nabla_t \underline{E} - \gamma \underline{a}_3 \times \underline{E} = -j\omega \underline{B} \\ \underline{a}_3 \times \underline{H}_Z = \underline{a}_3 \times \underline{E}_Z = 0 \end{cases} \quad (2.140.)$$

Exprimăm componentele  $\underline{E}$  și  $\underline{H}$  sub forma:

$$\begin{cases} \underline{E} = \underline{E}_t + \underline{a}_3 E_Z \\ \underline{H} = \underline{H}_t + \underline{a}_3 H_Z \end{cases} \quad (2.141.)$$

atunci,

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{H} = \nabla \times \underline{H}_t + \nabla H_Z \times \underline{a}_3 \\ \nabla \times \underline{E} = \nabla \times \underline{E}_t + \nabla E_Z \times \underline{a}_3 \end{cases} \quad (2.142.)$$

Înlocuim în relațiile (2.140.) și obținem:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{H}_t - \underline{a}_3 \times (\gamma \underline{H}_t + \nabla H_Z) = j\omega \underline{E} \\ \nabla \times \underline{E}_t - \underline{a}_3 \times (\gamma \underline{E}_t + \nabla E_Z) = -j\omega \underline{B} \end{cases} \quad (2.143.)$$

Vectorul inducție magnetică se mai poate scrie:

$$\underline{B} = \mu \underline{H}_t + jk \underline{a}_3 \times \underline{H}_t + \mu_0 H_Z \underline{a}_3 \quad (2.144.)$$

Înlocuim în (2.143.) , separăm componentele longitudinale de cele transversale și obținem:

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{H}_t - j\omega \varepsilon E_Z \underline{a}_3 = 0 \\ \nabla \times \underline{E}_t + j\omega \mu H_Z \underline{a}_3 = 0 \\ -\underline{a}_3 \times \gamma \underline{E}_t + j\omega \mu \underline{H}_t - \omega k \underline{a}_3 \times \underline{H}_t - \underline{a}_3 \times \nabla E_Z = 0 \\ -\underline{a}_3 \times \gamma \underline{H}_t + j\omega \varepsilon \underline{E}_t - \underline{a}_3 \times \nabla H_Z = 0 \end{cases} \quad (2.145.)$$

Eliminăm termenii care conțin  $\underline{a}_3 \times \underline{H}_t$  și rezultă:

$$-\underline{a}_3 \times \gamma^2 \underline{E}_t - j\beta'^2 \underline{E}_t - j\omega \mu \underline{H}_t = -\underline{a}_3 \times \gamma \nabla E_Z + \omega k \underline{a}_3 \times \nabla H_Z \quad (2.146.)$$

unde  $\beta'^2 = \omega^2 \varepsilon k$

Înmulțim vectorial cu  $\underline{a}_3$  și eliminăm  $\underline{H}_t$  din relația anterioară:

$$(\gamma^2 + \beta^2) \underline{E}_t + j\beta'^2 \underline{a}_3 \times \underline{E}_t = -\gamma \nabla E_Z + j\omega \mu \underline{a}_3 \times \nabla H_Z + \omega k \nabla H_Z \quad (2.147.)$$

unde  $\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$ . Înmulțim vectorial cu  $j\underline{a}_3$  și rezultă:

$$j(\gamma^2 + \beta^2) \underline{a}_3 \times \underline{E}_t + \beta'^2 \underline{E}_t = -j\gamma \underline{a}_3 \times \nabla_t E_Z + \omega \mu \nabla_t H_Z + j\omega k \underline{a}_3 \times \nabla_t H_Z \quad (2.148.)$$

Ecuațiile (2.147.), (2.148.) se rescriu sub forma:

$$\begin{cases} (\gamma^2 + \beta^2) \underline{E}_t + j(\gamma^2 + \beta^2) \beta'^2 \underline{a}_3 \times \underline{E}_t = (\gamma^2 + \beta^2) (-\gamma \nabla E_Z + j\omega \mu \underline{a}_3 \times \nabla_t H_Z + \omega k \nabla_t H_Z) \\ j(\gamma^2 + \beta^2) \beta'^2 \underline{a}_3 \times \underline{E}_t + \beta'^4 \underline{E}_t = j\beta'^2 (-\gamma \underline{a}_3 \times \nabla_t E_Z - j\omega \mu \nabla_t H_Z + \omega k \underline{a}_3 \times \nabla_t H_Z) \end{cases} \quad (2.149.)$$

Similar se poate elimina  $E_t$  și obținem:

$$\begin{cases} (\gamma^2 + \beta^2)\underline{H}_t + j(\beta^2 + \gamma^2)\beta'^2 \underline{a}_3 \times \underline{H}_t = (\gamma^2 + \beta^2)(-\gamma\nabla_t H_Z - j\omega\varepsilon \underline{a}_3 \times \nabla_t E_Z) \\ j(\gamma^2 + \beta^2)\beta'^2 \underline{a}_3 \times \underline{H}_t - \beta'^4 \underline{E}_t = j\beta'^2(-j\gamma \underline{a}_3 \times \nabla_t H_Z + j\omega\varepsilon \nabla_t E_Z) \end{cases} \quad (2.150.)$$

Din relațiile (2.149.) și (2.150.) se deduce că:

$$\begin{cases} \left[ (\gamma^2 + \beta^2)^2 - \beta'^4 \right] \underline{E}_t = \nabla_t \left[ -(\gamma^2 + \beta^2)\gamma E_Z + \omega\gamma^2 k H_Z \right] + \\ j \underline{a}_3 \times \nabla_t \left[ \omega(\beta^2 \mu + \gamma^2 \mu - \beta'^2 k) H_Z + \gamma\beta'^2 E_Z \right] \\ \left[ (\gamma^2 + \beta^2)^2 - \beta'^4 \right] \underline{H}_t = \nabla_t \left[ \beta^2 \omega\varepsilon E_Z - (\gamma^2 + \beta^2)\gamma H_Z \right] - \\ j \underline{a}_3 \times \nabla_t \left[ (\gamma^2 + \beta^2)\omega\varepsilon H_Z - \gamma\beta'^2 H_Z \right] \end{cases} \quad (2.151.)$$

Sistemul de ecuații (2.149.) arată că în ghidul cu ferită anizotropă, componentele transversale pot fi determinate dacă sunt cunoscute componentele longitudinale (excepție cazul când  $\beta^2 + \gamma^2 - \beta'^4 = 0$ ).

În absența câmpului magnetic continuu,  $k \rightarrow 0$ ,  $\mu \rightarrow \mu_0$ , și sistemul de ecuații (2.151.) este același cu cel pentru medii izotrope. Pentru medii fără sarcini electrice:

$$\nabla_t \underline{E}_t = \gamma E_Z; \nabla_t \underline{H}_t = \gamma H_Z \quad (2.152.)$$

iar din (2.139.) și (2.143.)

$$\nabla_t \underline{H}_t = \gamma \frac{\mu_0}{\mu} H_Z - \omega\varepsilon \frac{k}{\mu} E_Z \quad (2.153.)$$

Înlocuim în sistemul de ecuații (2.151.) și obținem:

$$\begin{cases} \gamma \left[ (\gamma^2 + \beta^2)^2 - \beta'^4 \right] E_Z = -\gamma(\beta^2 + \gamma^2) \nabla_t^2 E_Z + \omega\gamma^2 k \nabla_t^2 H_Z \\ \gamma \left[ (\gamma^2 + \beta^2)^2 - \beta'^4 \right] \left( -\gamma \frac{\mu_0}{\mu} H_Z + \omega\varepsilon \frac{k}{\mu} E_Z \right) = -\gamma(\beta^2 + \gamma^2) \nabla_t^2 H_Z + \beta'^2 \omega\varepsilon \nabla_t^2 E_Z \end{cases} \quad (2.154.)$$

Relațiile se mai pot scrie sub forma:

$$\begin{cases} \nabla_t^2 E_Z + a E_Z + b H_Z = 0 \\ \nabla_t^2 H_Z + c H_Z + d E_Z = 0 \end{cases} \quad (2.155.)$$

$$\text{unde, } a = \beta^2 + \gamma^2 - \beta'^2 \frac{k}{\mu}; b = \omega\mu_0\gamma \frac{k}{\mu}; c = (\beta^2 + \gamma^2) \frac{\mu_0}{\mu}; d = -\omega\gamma\varepsilon \frac{k}{\mu}$$

Sistemul de ecuații (2.155.) arată că prin ferita polarizată nu există moduri pure  $E$ ,  $H$  sau  $TEM$ .

Prin ghidul cu ferită apar moduri hibride în care există simultan  $E_Z$  și  $H_Z$ . Pentru a obține ecuațiile unor unde reale, de o singură variabilă, independentă, înmulțim prima ecuație din (2.155.) cu  $(\nabla^2 + c)$  și ecuația a doua cu  $-b$ , rezultând:

$$\begin{cases} (\nabla_t^2 + a)(\nabla_t^2 + c)E_Z + b(\nabla_t^2 + c)H_Z = 0 \\ -b(\nabla_t^2 + c)H_Z - bdE_Z = 0 \end{cases} \quad (2.156.)$$

Adunăm cele două ecuații și obținem:

$$[(\nabla_t^2 + a)(\nabla_t^2 + c) - bd]E_Z = 0 \quad (2.157.)$$

Această ecuație se mai poate scrie sub forma:

$$(\nabla_t^2 + S_1^2)(\nabla_t^2 + S_2^2)E_Z = 0 \quad (2.158.)$$

$$\text{unde: } \begin{cases} S_1^2 = 0,5 \left( a + c + \sqrt{(c-a)^2 - 4bd} \right) \\ S_2^2 = 0,5 \left( a + c - \sqrt{(c-a)^2 - 4bd} \right) \end{cases} \quad (2.159.)$$

Se poate găsi o relație asemănătoare cu (2.158.) și pentru  $H_Z$ . Rezultă ecuațiile unor moduri cvasi TE sau cvasi TM astfel că unul din aceste moduri va fi dominant.

#### 2.4.4. Dispozitive nereciproce cu ferite

Prin introducerea unei ferite polarizate într-un ghid de undă se poate realiza un element nereciproce de tipul defazoarelor, atenuatoarelor sau circulatorilor.

Se are în vedere la realizarea dispozitivelor nereciproce: tipul ghidului de undă, direcția de aplicare a câmpului magnetic continuu de polarizare, tipul de undă incidentă, posibilitatea de a se propaga un anumit mod prin ghidul cu ferită, etc.

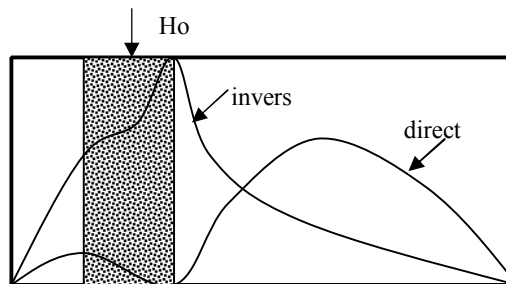


Fig.2.31. Distribuția componentei electrice în ghidul cuferită polarizată

La introducerea unei ferite în ghidul dreptunghiular, componenta electrică se modifică față de modul inițial, sinusoidal. Plasarea feritei la o distanță de aproximativ un sfert din lățimea ghidului (fig.2.31.) permite folosirea polarizării circulare a câmpului de microunde. La dispunerea la o distanță de trei sferturi din lățimea ghidului, câmpul își schimbă sensul de rotație și structura acționează ca un defazor nereciproce. Un ansamblu de circuite pasive reciproce cu două defazoare nereciproce poate asigura funcția de circulator de fază.

Dacă pe latura de lângă peretele îngust se depune o peliculă rezistivă, se realizează un atenuator nereciproce.

## 2.5.Probleme

### 2.5.1.Probleme rezolvate

1. În ghidul de undă dreptunghiular cu dimensiunile interioare  $a = 3$   $cm$  și  $b = 5$   $cm$  se propagă o undă electromagnetică cu frecvența  $f = 4000$   $Mhz$ .

Să se calculeze constanta de propagare a fazei, lungimea de undă în ghid, viteza de propagare a fazei și viteza de grup pentru modurile  $TE_{01}$  și  $TE_{02}$ .

Rezolvare:

$$\lambda = \frac{c}{f} = 3 \cdot 10^8 (4 \cdot 10^9)^{-1} = 7,5 cm$$

$$\lambda_{c01} = 2b = 10 cm$$

$$\beta_{01} \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{22\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c01}}\right)^2} = \frac{2\pi}{7,5} \sqrt{1 - \left(\frac{7,5}{10}\right)^2} = \frac{2\pi}{7,5} 0,662 = 0,554 rad/cm$$

$$\lambda_{g01} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c01}}\right)^2}} = \frac{7,5}{\sqrt{1 - \left(\frac{7,5}{10}\right)^2}} = 11,3 cm$$

$$v_{f01} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c01}}\right)^2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,662} = 4,52 \cdot 10^8 m/s$$

$$v_{g01} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c01}}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,662 = 1,98 \cdot 10^8 m/s$$

2. Se dă ghidul dreptunghiular cu dimensiunile secțiunii transversale  $a = 3,4$   $cm$  și  $b = 7,2$   $cm$ , umplut cu aer. Ghidul este conectat la un generator de microunde cu  $\lambda = 10$   $cm$ . Să se calculeze constanta de

propagare și impedanța de undă pentru modul fundamental și pentru modul superior imediat următor. Se vor neglija pierderile în pereții ghidului.

Rezolvare:

- a) Constanta de propagare  
- pentru modul  $H_{01}$

$$\gamma_{01} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2 - 1} = \frac{2\pi}{0,1} \sqrt{\left(\frac{10}{7,2}\right)^2 - 1} = j45$$

$$\gamma_{01} = j\beta = j 45 \text{ rad/s}$$

- pentru modul  $H_{02}$ :

$$\gamma_{02} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{b}\right)^2 - 1} = \frac{2\pi}{0,1} \sqrt{\left(\frac{10}{7,2}\right)^2 - 1} = 60$$

$$\gamma_{02} = \alpha = 60 \text{ N/m}$$

- b) Impedanța de undă  
- pentru modul  $H_{01}$

$$Z_{TE_{01}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{10}{14,4}\right)^2}} = \frac{120\pi}{0,72} = 525\Omega$$

- pentru modul  $H_{02}$

$$Z_{TE_{02}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{b}\right)^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{10}{7,2}\right)^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{-0,93}} = -j380\Omega$$

3. Pentru ghidul de undă dreptunghiular cu dimensiunile interioare  $a = 34 \text{ mm}$  și  $b = 72 \text{ mm}$ , să se calculeze frecvențele critice ale principalelor moduri  $TE_{pq}$  și  $TM_{pq}$  și să se construiască diagrama modurilor.

Rezolvare:

Atât pentru modurile  $TE_{mn}$  cât și pentru modurile  $TM_{mn}$  se calculează lungimea de undă critică cu relația:

$$\lambda_{Cmn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

$$\lambda_{C01} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{0}{a}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{b}\right)^2}} = 2b = 2 \cdot 7,2 = 14,4 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C02} = b = 7,2 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C03} = 2b/3 = 4,8 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C10} = 2a = 6,8 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C20} = a = 3,4 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C30} = 2a/3 = 2,26 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C11} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2 \cdot 3,4 \cdot 7,2}{\sqrt{3,4^2 + 7,2^2}} = 6,16 \text{ cm}$$

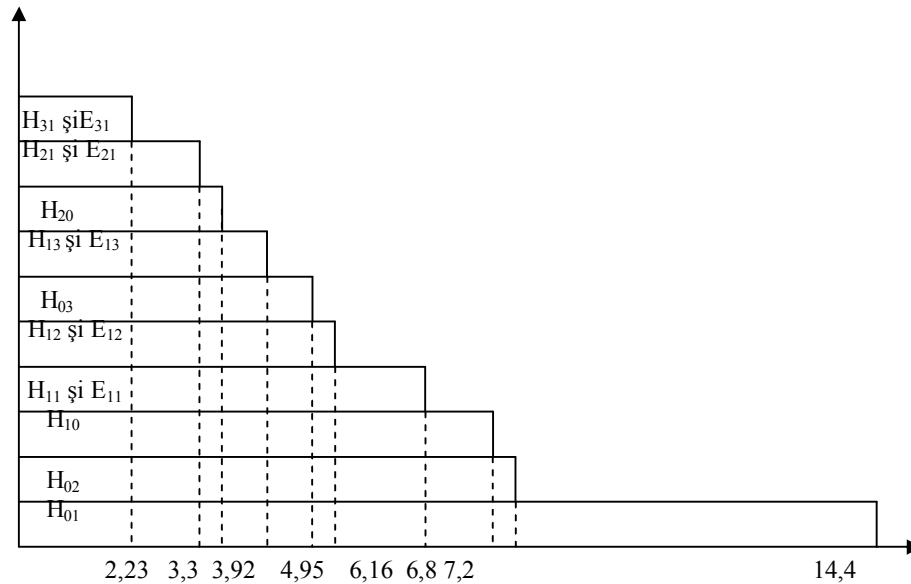
$$\lambda_{C12} = \frac{2ab}{\sqrt{1 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2}} = 4,95 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C21} = \frac{2b}{\sqrt{\left(\frac{2b}{a}\right)^2 + 1}} = 3,3 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C13} = \frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{3a}{b}\right)^2}} = 3,92 \text{ cm}$$

$$\lambda_{C31} = \frac{2b}{\sqrt{\left(\frac{3b}{a}\right)^2 + 1}} = 2,23 \text{ cm}$$

Diagrama modurilor este realizată ca în figura de mai jos:



4. Pentru ghidul de undă cu secțiune circulară având raza interioară  $r_0$ , să se calculeze frecvențele critice ale principalelor moduri  $TE_{pq}$  și  $TM_{pq}$  și să se construiască diagrama modurilor.

Rezolvare:

a) Pentru modurile  $TM_{mn}$  se calculează lungimile de undă critice cu relația:

$$\lambda_{C(TM)} = \frac{2\pi}{r_{pq}} r_0, \text{ unde } r_{pq} \text{ este rădăcina } m \text{ a funcției Bessel de speța}$$

I-a și ordinul  $n$  (tabel în anexe).

$$\lambda_{C10} = \frac{2\pi}{r_{10}} r_0 = \frac{2\pi}{2,405} r_0 = 2,61r_0$$

$$\lambda_{C11} = \frac{2\pi}{r_{11}} r_0 = \frac{2\pi}{3,832} r_0 = 1,64r_0$$

$$\lambda_{C12} = \frac{2\pi}{r_{12}} r_0 = \frac{2\pi}{5,136} r_0 = 1,22r_0$$

$$\lambda_{C21} = \frac{2\pi}{r_{21}} r_0 = \frac{2\pi}{7,016} r_0 = 0,89r_0$$

$$\lambda_{C20} = \frac{2\pi}{r_{20}} r_0 = \frac{2\pi}{5,52} r_0 = 1,13r_0$$



$$\lambda_{C22} = \frac{2\pi}{r_{22}} r_0 = \frac{2\pi}{8,417} r_0 = 0,75r_0$$

c) Pentru modurile  $TE_{mn}$  se calculează lungimile de undă critice cu relația:

$$\lambda_{C(TE_{mn})} = \frac{2\pi}{r'_{mn}} r_0, \text{ unde } r'_{mn} \text{ este rădăcina } m\text{-a a derivatei funcției}$$

Bessel de speța întâia și ordinul  $n$  ( tabel din anexă).

$$\lambda_{C10} = \frac{2\pi}{r'_{10}} r_0 = \frac{2\pi}{3,832} r_0 = 1,64r_0$$

$$\lambda_{C11} = \frac{2\pi}{r'_{11}} r_0 = \frac{2\pi}{1,841} r_0 = 3,4r_0$$

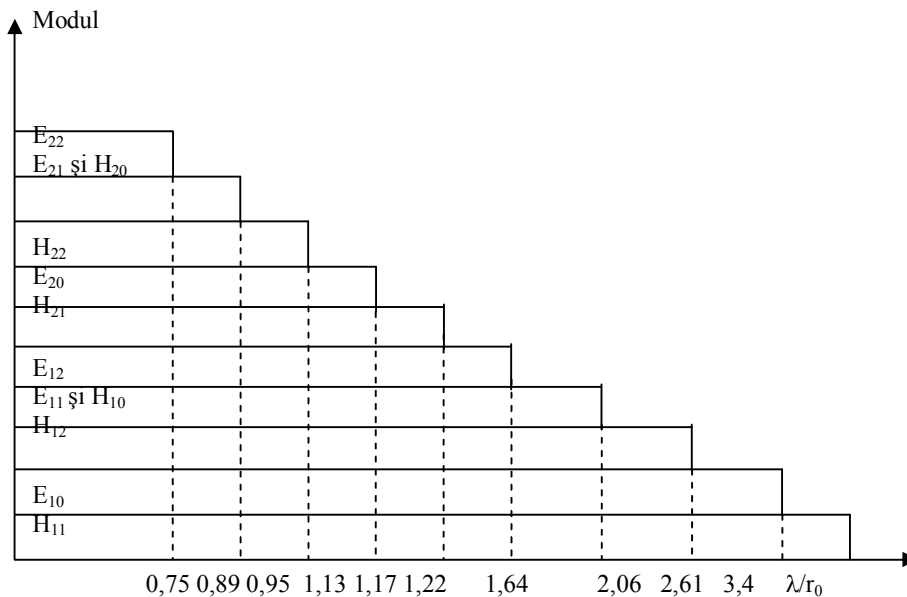
$$\lambda_{C12} = \frac{2\pi}{r'_{12}} r_0 = \frac{2\pi}{3,054} r_0 = 2,06r_0$$

$$\lambda_{C20} = \frac{2\pi}{r'_{20}} r_0 = \frac{2\pi}{7,016} r_0 = 0,89r_0$$

$$\lambda_{C21} = \frac{2\pi}{r'_{21}} r_0 = \frac{2\pi}{5,331} r_0 = 1,17r_0$$

$$\lambda_{C22} = \frac{2\pi}{r'_{22}} r_0 = \frac{2\pi}{6,706} r_0 = 0,95r_0$$

d) Se întocmește diagrama modurilor pentru ghidul cu secțiune circulară de rază  $r_0$ .



5. Să se reprezinte distribuția câmpului electromagnetic corespunzător modului  $TM_{10}$  în ghidul de undă cu secțiune circulară (diametrul =  $2r_0$ ) și lungimea infinită.

Rezolvare:

În expresiile componentelor câmpului electromagnetic în ghidul circular deduse pentru modurile  $TM_{mn}$  se înlocuiește  $m=1$  și  $n=0$ , precum și  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ,  $k^2 = \frac{r_{10}^2}{r_0^2}$ . Se obțin componentele câmpului (mărimi complexe) pentru modul  $TM_{10}$ :

$$\underline{E}_r = -j \frac{2\pi}{\lambda_g} \frac{r_0^2}{r_{10}^2} E_0 J_0' e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\underline{E}_z = E_0 J_0 e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\underline{H}_\varphi = -j\omega\varepsilon \frac{r_0^2}{r_{10}^2} E_0 J_1' e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\underline{E}_\varphi = \underline{H}_r = \underline{H}_z = 0$$

Valorile instantanee ale componentelor sunt:

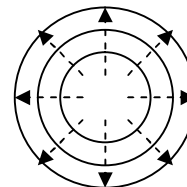
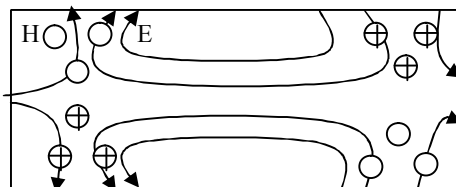
$$\tilde{E}_r = R_e[\underline{E}_r] = \frac{2\pi}{\lambda_g} \frac{r_0^2}{r_{10}^2} E_0 J_0' \sin(\omega t - \beta z)$$

$$\tilde{E}_z = R_e[\underline{E}_z] = E_0 J_0 \cos(\omega t - \beta z)$$

$$\tilde{H}_\varphi = R_e[\underline{H}_\varphi] = \omega\varepsilon \frac{r_0^2}{r_{10}^2} E_0 J_1' \sin(\omega t - \beta z)$$

$$\tilde{E}_\varphi = \tilde{H}_r = \tilde{H}_z = 0$$

În figura de mai jos se reprezintă distribuția liniilor de câmp electric și magnetic, pe baza ultimelor relații la un anumit moment  $t=0$ .



6. Să se calculeze atenuarea și randamentul de transmisie pentru ghidul dreptunghiular, confecționat din cupru, cu dimensiuni  $a = 3,4 \text{ cm}$ ,  $b = 7,2 \text{ cm}$  și lungimea  $l = 10 \text{ m}$ . Ghidul este excitat cu modul fundamental, iar  $\lambda = 10 \text{ cm}$ .

Rezolvare:

a) Se calculează constanta de atenuare:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu_m \varepsilon}{2 \sigma_m \mu}} \frac{1}{a \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2}} \left[ 1 + 2 \frac{a}{b} \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2 \right] \left[ \frac{N}{m} \right]$$

Pentru cupru  $\sigma_m = 5,8 \cdot 10^7 \text{ 1}/\Omega\text{m}$  și  $\mu_m = \mu_0 \mu_{rm} = \mu_0$

Pentru dielectricul aer,  $\varepsilon = \varepsilon_0$  și  $\mu = \mu_0$

Rezultă

$$\alpha = \frac{0,012 \left[ 1 + \frac{2a}{b} \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2 \right]}{a \sqrt{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2}} \quad \text{unde } a, b, \lambda \text{ sunt exprimate în cm.}$$

$$\alpha = \frac{0,012 \left[ 1 + \frac{2 \cdot 3,4}{7,2} \left(\frac{10}{2 \cdot 7,2}\right)^2 \right]}{3,4 \sqrt{10} \sqrt{1 - \left(\frac{10}{2 \cdot 7,2}\right)^2}} = 2,24 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$$

$$\alpha = 2,24 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$$

b) Calculul atenuării:

$$a = \alpha l = 2,24 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ Neperi}$$

$$a = 8,7 \cdot 2,24 \cdot 10^{-2} = 0,194 \text{ decibeli}$$

c) Calculul randamentului de transmisie:

$$\eta = \frac{1}{1 + \left( K_s + \frac{1}{K_s} \right) \alpha l}$$

La adaptare  $K_s = 1$  deci  $\eta = 1/1 + 2\alpha l$

$$\eta = 1/1 + 2 \cdot 2,24 \cdot 10^{-2} = 0,955$$

$$\eta = 95,5\%$$

7. O cavitate rezonantă paralelipedică are dimensiunile :  
 $a = 2,4 \text{ cm}$ ,  $b = 4,8 \text{ cm}$ ,  $l = 6 \text{ cm}$ . Se folosește ca dielectric aerul. Să se calculeze lungimea de undă de rezonanță a cavității corespunzătoare modurilor  $H_{011}$ ,  $H_{012}$ ,  $H_{021}$ ,  $H_{022}$ ,  $H_{023}$ ,  $H_{111}$ ,  $E_{111}$ ,  $E_{123}$  și să se reprezinte câmpul în cavitate pentru fiecare mod.

Rezolvare:

Atât pentru modurile  $H_{mnp}$  cât și pentru modurile  $E_{mnp}$ , se folosește relația:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}$$

$$\lambda_0(H_{011}) = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2}}} = \frac{2bl}{\sqrt{b^2 + l^2}} = \frac{2 \cdot 4,8 \cdot 6}{\sqrt{4,8^2 + 6^2}} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\lambda_0(H_{012}) = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{2^2}{l^2}}} = 5,1 \text{ cm}$$

$$\lambda_0(H_{021}) = 4,5 \text{ cm};$$

$$\lambda_0(H_{022}) = 3,74 \text{ cm};$$

$$\lambda_0(H_{023}) = 1,44 \text{ cm};$$

$$\lambda_0(H_{111}) = \lambda_0(E_{111}) = 4,66 \text{ cm};$$

$$\lambda_0(E_{123}) = 2,6 \text{ cm}.$$

Pentru reprezentarea câmpului în cavitate, se obțin pentru fiecare mod expresiile componentelor câmpului înlocuind valorile particulare ale numerelor  $m, n, p$ . Astfel, pentru modul  $H_{022}$  se obțin:

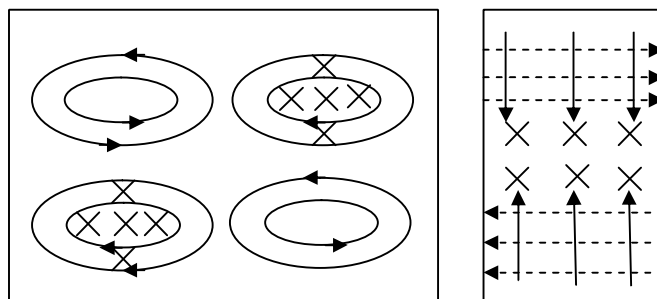
$$\tilde{H}_y = -2 \frac{b}{l} H_0 \sin\left(\frac{2\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{2\pi}{l} z\right) \sin \omega_0 t$$

$$\tilde{H}_z = 2 H_0 \cos\left(\frac{2\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{2\pi}{l} z\right) \sin \omega_0 t$$

$$\tilde{E}_x = 120\pi \frac{2b}{\lambda_0} H_0 \sin\left(\frac{2\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{2\pi}{l} z\right) \cos \omega_0 t$$

$$\tilde{E}_y = \tilde{E}_z = \tilde{H}_x = 0$$

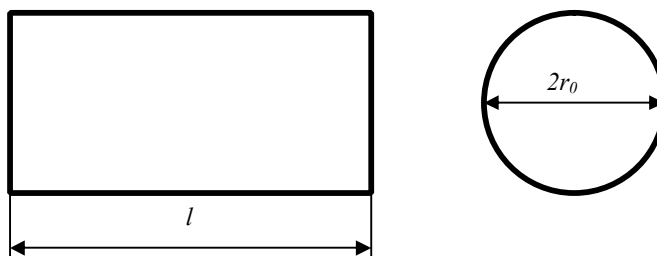
Pe baza acestor relații se reprezintă câmpul în cavitatea dată.



8. Să se deducă expresiile componentelor câmpului electromagnetic în cavitatea rezonatoare cilindrică excitată cu modurile  $TM_{mnp}$  (figura de mai jos).

Să se exprime de asemenea lungimea de undă la rezonanță.

Rezolvare:



Undele directe din ghidul circular se adună sau se scad cu undele reflectate respectându-se condițiile la limită ( la pereții transversali) și rezultă:

$$\underline{E}_r = -\frac{2E_0}{k^2} \frac{p\pi}{l} \cos(n\varphi) J'_n(kr) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{E}_\varphi = \frac{2E_0}{k^2} \frac{p\pi}{l} \frac{n}{r} \sin(n\varphi) J_n(kr) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{E}_z = 2E_0 \cos(n\varphi) J_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{H}_r = -j \frac{2E_0 \omega \varepsilon}{k^2} \frac{n}{r} \sin(n\varphi) J_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{H}_\varphi = -j \frac{2E_0 \omega \varepsilon}{k^2} \cos(n\varphi) J'_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{H}_z = 0$$

$$\lambda_{0TM} = \frac{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}}{\sqrt{\left(\frac{r_{mn}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{\ell}\right)^2}} \quad \text{unde } k = r_{mn}/r_0$$

8. Să se deducă expresiile componentelor câmpului electromagnetic în cavitatea rezonatoare cilindrică excitată cu modurile  $TE_{mnp}$ .

Să se exprime de asemenea lungimea de undă la rezonanță.

Rezolvare:

$$\underline{E}_r = \frac{\omega\mu}{k^2} 2H_0 \frac{n}{r} \sin n\varphi \cdot J_n(kr) \sin\left(\frac{p\pi}{\ell} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{E}_\varphi = \frac{\omega\mu}{k^2} 2H_0 \cos n\varphi \cdot J'_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{\ell} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{E}_z = 0$$

$$\underline{H}_r = -j \frac{\beta}{k^2} 2H_0 \cos n\varphi \cdot J'_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{\ell} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{H}_\varphi = j \frac{\beta}{k^2} 2H_0 \frac{n}{r} \sin n\varphi \cdot J_n(kr) \cos\left(\frac{p\pi}{\ell} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{H}_z = -j 2H_0 \cos n\varphi \cdot J_n(kr) \sin\left(\frac{p\pi}{\ell} z\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\lambda_{0TE} = \frac{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}}{\sqrt{\left(\frac{r'_{mn}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{\ell}\right)^2}} \quad \text{unde } k = r_{mn}^*/r_0$$

10. Să se calculeze factorul de calitate al unui rezonator cubic izolat (necuplat cu alte circuite) cu latura de  $10 \text{ cm}$ , pentru modul  $TE_{011}$ . Rezonatorul este confecționat din cupru iar dielectric este aerul.

Rezolvare:

Lungimea de undă la rezonanță va fi :

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 1,41b = 14,1cm$$

$$(b = c = a = 10cm)$$

Frecvența de rezonanță:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{14,1} = 2,13Ghz$$

Factorul de calitate:

$$Q_0 = \frac{1}{3} \frac{b}{a_p} \quad \text{unde } a_p \text{ este adâncimea de pătrundere}$$

$$a_p = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \mu \sigma}}$$

$$\text{Pentru cupru : } \mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

$$\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \quad 1/\Omega m$$

$$a_p = 0,143 \cdot 10^{-5} \quad m$$

$$Q_0 = \frac{1}{3} \frac{0,1}{0,143 \cdot 10^{-5}} = 23.300$$

### 2.5.2. Probleme propuse

1. În ghidul de undă dreptunghiular cu  $a = 10,2 \text{ mm}$  și  $b = 22,9 \text{ mm}$  se excită modul  $H_{01}$ . Generatorul are lungimea de undă de  $3 \text{ cm}$ . Să se calculeze :  $\lambda_{C01}$ ,  $\lambda_g$ ,  $v_f$ ,  $v_g$ ,  $Z_{TE}$ .

R:  $4,58 \text{ cm}$ ;  $3,97 \text{ cm}$ ;  $3,973 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$ ;  $2,265 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$ ;  $500\Omega$ .

2. Se dă un ghid de undă dreptunghiular cu dimensiuni interioare  $a = 3 \text{ cm}$  și  $b = 5 \text{ cm}$ . Dielectricul ghidului este aerul. Se cere să se determine frecvențele critice ale principalelor moduri  $TE_{mn}$ . Să se deducă gama de frecvențe în care prin ghid se propagă numai modul fundamental.

$$R: f_{cmn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

3. Se dă un ghid cu secțiune circulară având diametrul interior  $D = 2r_0 = 5 \text{ cm}$  și dielectric aerul. Să se determine frecvențele critice ale modurilor  $TM_{mn}$  și  $TE_{mn}$  când  $m = 1$  și  $n = 0, 1, 2$ . Să se deducă gama de frecvențe în care prin ghid se propagă numai modul fundamental.

$$\begin{aligned} R: \text{Pentru } TM_{mn}: \quad & f_{C10} = 4,6 \text{ Ghz} \\ & f_{C11} = 7,33 \text{ Ghz} \\ & f_{C12} = 9,85 \text{ Ghz} \\ \text{Pentru } TE_{mn}: \quad & f_{C10} = 7,33 \text{ Ghz} \\ & f_{C11} = 3,54 \text{ Ghz} \\ & f_{C12} = 5,82 \text{ Ghz} \end{aligned}$$

În gama de frecvențe  $3,54 - 4,6 \text{ Ghz}$  se propagă numai  $H_{11}$ .

4. Printr-un ghid de undă dreptunghiular cu dimensiunile secțiunii transversale  $a = 2 \text{ cm}$  și  $b = 4,2 \text{ cm}$  se propagă un semnal de FFÎ, ghidul fiind excitat cu modul  $H_{01}$ . Cu ajutorul unui ghid de măsură s-a determinat lungimea de undă în ghid  $\lambda_g = 7 \text{ cm}$ .

Să se deducă frecvența generatorului de semnal și impedanța de undă a ghidului.



$$R: f = 5,6 \text{ Ghz}; Z_{TE} = 485 \Omega$$

5. Un ghid dreptunghiular are  $a = 3,5 \text{ cm}$  și  $b = 8 \text{ cm}$ . Care moduri se pot propaga prin acest ghid, la frecvența de  $3000 \text{ Mhz}$ ? Dar la frecvența de  $1500 \text{ Mhz}$ ?

$$R: \text{ La } f = 3000 \text{ Mhz} - H_{01} \\ \text{ La } f = 1500 \text{ Mhz} - \text{ nu se propagă semnal.}$$

6. Să se calculeze puterea maximă care se poate transmite printr-un ghid de undă dreptunghiular excitat cu modul fundamental, dacă valoarea maximă a câmpului electric nu trebuie să depășească  $15 \text{ KV/cm}$ . Se dau :  $a = 3,4 \text{ cm}$ ;  $b = 7,2 \text{ cm}$ ;  $\lambda = 10 \text{ cm}$ ;  $K_S = 1,2$ ; dielectricul din ghid este aerul.

$$R: P = 2,2 \text{ Mw.}$$

7. Un ghid de undă cu secțiunea dreptunghiulară ( $3,4 \text{ cm} \times 7,2 \text{ cm}$ ) se termină cu o sarcină neadaptată. Cu ajutorul unui ghid de măsură s-a determinat o deplasare a minimumului de câmp electric, către generator, cu  $0,1 \lambda_g$  față de situația când ghidul era în scurtcircuit și  $K_S = 2$ .

Să se calculeze dimensiunile diafragmei utilizată pentru adaptare și locul dispunerii acesteia.

R: Diafragmă inductivă cu dimensiunile :

$$a = 3,4 \text{ cm}$$

$$b = 7,2 \text{ cm}$$

$$b' = 4,71 \text{ cm}$$

Se montează la  $7 \text{ cm}$  de sarcină.

8. Se dă o cavitate cilindrică cu dimensiunile:  $r_0 = 3 \text{ cm}$  și  $l = 6 \text{ cm}$ . Dielectric este aerul. Cu cât trebuie mărită lungimea cavității pentru a se obține o frecvență de rezonanță mai mică cu  $5 \%$  față de cea calculată pentru modul  $H_{111}$ ?

$$R: \Delta l = 7,2 \text{ mm.}$$

9. Să se calculeze frecvența de rezonanță a unui rezonator cilindric cu înălțimea de  $10 \text{ cm}$  și diametrul de  $5 \text{ cm}$ , excitat cu modul  $TM_{100}$ . Se știe că dielectricul din interiorul rezonatorului este aerul.

$$R: \lambda = 6,52 \text{ cm.}$$

10. Să se calculeze frecvențele de rezonanță ale unei cavități rezonante prismatice cu baza un pătrat și cu dimensiunile :  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$  și  $c = 5 \text{ cm}$ , pentru modurile  $TE_{011}$  și  $TE_{111}$ . Dielectricul cavității este aerul.

Ce valori vor avea frecvențele de rezonanță dacă rezonatorul este cubic ( $a = b = c = 5 \text{ cm}$ )?

R: Pentru  $TE_{011}$ ,  $\lambda = 7,07 \text{ cm}$  când  $a = 10 \text{ cm}$  și  $a = 5 \text{ cm}$ .

Pentru  $TE_{111}$ ,  $\lambda = 6,32 \text{ cm}$  când  $a = 10 \text{ cm}$  și  $5,76 \text{ cm}$  când  $a = 5 \text{ cm}$ .

11. Un ghid de undă dreptunghiular are dimensiunile secțiunii  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$ . Să se determine lungimea de undă critică pentru modul  $H_{11}$ .

R:  $\lambda_{cr} = 3,7 \text{ cm}$ .

12. Să se determine lungimea de undă critică pentru modul  $E_{01}$ , la un ghid de undă circular cu diametrul de  $3 \text{ cm}$ .

R:  $\lambda_{cr} = 3,93 \text{ cm}$ .

13. Să se determine dimensiunile secțiunilor unui ghid de undă dreptunghiular , dacă se cunoaște că pentru unda  $H_{01}$   $\lambda_{cr} = 5 \text{ cm}$ , iar pentru  $H_{11}$ ,  $\lambda_{cr} = 2 \text{ cm}$ .

R:  $a > 2,5 \text{ cm} < b > 1,09 \text{ cm}$ .

14. Într – un ghid de undă dreptunghiular cu dimensiunile secțiunii  $a = 2,3 \text{ cm}$  ,  $b = 1,1 \text{ cm}$  se excită unda  $H_{01}$  de către un generator care lucrează pe frecvența de  $10000 \text{ Mhz}$ . Să se determine lungimea de undă în ghid.

R:  $\lambda = 3,94 \text{ cm}$ .

15. Într – un ghid de undă dreptunghiular cu dimensiunile secțiunii transversale  $a = 4,3 \text{ cm}$  și  $b = 3,2 \text{ cm}$  se excită o undă  $E_{11}$ . Să se determine lungimea de undă în ghid, dacă generatorul lucrează pe lungimea de undă de  $\lambda_{aer} = 3,16 \text{ cm}$ .

$$R: \lambda = 4 \text{ cm.}$$

16. Să se determine lungimea de undă critică, dacă se cunoaște că lungimea de undă în ghid este  $3,92 \text{ cm}$ , iar lungimea de undă în aer  $3 \text{ cm}$ .

$$R: \lambda_{cr} = 4,6 \text{ cm.}$$

17. Un generator de microunde care lucrează pe frecvența de  $9400 \text{ Mhz}$  excită într – un ghid de undă dreptunghiular o undă de tip  $H_{01}$ . Să se determine dimensiunea peretelui lat , dacă lungimea de undă în ghid este  $4 \text{ cm}$ .

$$R: a = 2,71 \text{ cm.}$$

18. Viteza de fază a undei  $H_{01}$  într – un ghid dreptunghiular este  $3,68 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Să se determine dimensiunea peretelui lat al ghidului , dacă generatorul lucrează pe frecvența  $9375 \text{ Mhz}$ .

$$R: a = 2,83 \text{ cm.}$$

19. În ghidul circular cu diametrul interior de  $4 \text{ cm}$  se propagă unda  $E_{01}$ . Să se determine viteza de fază a undei , dacă frecvența generatorului este  $7500 \text{ Mhz}$ .

$$R: V_f = 3,75 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

20. Să se determine frecvența unui generator de microunde care excită într – un ghid unde cu lungimea de  $6 \text{ cm}$  și viteza de fază  $4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

$$R: f = 6670 \text{ Mhz.}$$

21. Viteza de grup a propagării undei în ghid este  $2,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Să se determine lungimea de undă a generatorului , dacă lungimea de undă în ghid este .

$$R: \lambda = 4,17 \text{ cm.}$$

22. Lungimea de undă  $H_{01}$  în ghidul de undă dreptunghiular cu dimensiunea peretelui lat  $a = 4 \text{ cm}$ ., este de două ori mai mare ca în ghidul la care dimensiunea peretelui mare este  $a = 8 \text{ cm}$ . Să se determine lungimea de undă a generatorului de excitație.

$$R: \lambda = 7,16 \text{ cm.}$$

23. Într – un ghid de undă cu dimensiunea peretelui lat  $a = 4 \text{ cm}$  se propagă unda  $H_{01}$ . Să se determine impedanța caracteristică a ghidului, dacă frecvența generatorului este de  $10000 \text{ Mhz}$ .

$$R: Z_c = 408 \Omega$$

24. Într – un ghid de undă dreptunghiular se excită unda  $H_{01}$  de la un generator care lucrează pe frecvența de  $9390 \text{ Mhz}$ . Impedanța caracteristică pentru tipul de undă dat este  $500 \Omega$ . Să se determine dimensiunea peretelui lat, a.

$$R: a = 2,38 \text{ cm.}$$

25. Ghidul de undă principal al unei stații de radiolocație de unde centimetrice se leagă cu cavitatea amestecătorului RAF cu ajutorul unui atenuator a cărui atenuare este de  $60 \text{ db}$ . Puterea în impuls în ghidul principal este  $100 \text{ Kw}$ . Să se determine puterea semnalului în cavitatea amestecătorului.

$$R: P = 0,1 \text{ w.}$$

26. Să se arate că impedanța ghidului pentru unda  $H_{10}$  în ghidul de unde dreptunghiular cu conținut de aer se apropie de  $376,7 \Omega$ , dacă dimensiunile ghidului sunt foarte mari în comparație cu lungimea undei.

27. Un ghid de unde metalic are o secțiune pătrată cu latura de  $10 \text{ cm}$ . Să se enumere toate tipurile de unde, care se pot propaga pe ghidul de unde la frecvențele  $2000, 3000, \text{ și } 5000 \text{ Mhz}$ .

$$R: \text{la } f = 2000 \text{ Mhz} - H_{10}, H_{01}$$

$$\text{la } f = 3000 \text{ Mhz} - H_{10}, H_{01}, H_{11}, H_{20}, H_{02}, E_{11}.$$

$$\text{La } f = 5000 \text{ Mhz} - H_{10}, H_{01}, H_{11}, H_{20}, H_{02}, H_{12}, H_{21}, H_{22}, H_{30}, H_{31}, H_{03}, H_{13}, E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{21}, E_{22}, E_{31}.$$

28. În cavitatea rezonatoare cilindrică, care are un diametru de  $6 \text{ cm}$  și înălțimea de  $5 \text{ cm}$ , se excită o undă de tip  $TE_{011}$ . Să se determine lungimea undei rezonatoare.

$$R: \lambda_r = 4,4 \text{ cm.}$$

29. Să se determine lungimea de undă de rezonanță a oscilațiilor  $E_{110}$  în cavitatea rezonatoare cubică, cu m. laturile  $a = b = c = 5 \text{ cm}$

$$R: \lambda_r = 7,1 \text{ cm.}$$

30 În cavitatea rezonatoare cilindrică cu înălțimea de  $5 \text{ cm}$  apare o undă  $TE_{011}$ . Cât trebuie să fie diametrul rezonatorului ca să fie acordat la rezonanță pe o frecvență de  $10000 \text{ Mhz}$ .

$$R: d = 3,82 \text{ cm.}$$

31. Să se determine factorul de calitate al cavității rezonatoare cilindrice din cupru, având diametrul de  $8 \text{ cm}$ . și înălțimea de  $4 \text{ cm}$ . În rezonator apar oscilații  $E_{010}$ , cu o lungime de undă de .

$$R: Q = 16700$$

32. Să se determine factorul de calitate al rezonatorului toroidal din cupru, având dimensiunile de :  $R = 1 \text{ cm}$ ,  $r = 5 \text{ cm}$ ,  $a = 1 \text{ cm}$ , dacă în el apar oscilații cu o lungime de undă de  $10 \text{ cm}$ .

$$R: Q = 34400$$

CLASIFICAREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE  
ANEXA nr 1

Nr. crt.	Domeniul de frecvență (lungimi de undă)	Denumirea undelor Simbolizarea	Caracteristici,
0	1	2	3
1	(3...30)Khz sau (100...10)Km	UNDE MIRIAMETRICE(UMm) (unde foarte lungi) Frecvențe foarte joase (FJF) Very Low Frequency (VLF)	- Unde de suprafață , cu caracteristici foarte sigure, sau noapte. - (10...50)Khz- radiocomunicații, radionavigație. - (3...30)Khz- încălzire inductivă.
2	(30...300)Khz sau (10...1)Km	UNDE KILOMETRICE(Ukm) (unde lungi=UL) Frecvențe joase(JF) Low Frequency(LF)	- Unde de suprafață și ionosferice cu propagarea de sigură; în timpul zilei absorpția acestor frecvențe - (151...281)Khz- radiodifuziune pe unde lungi. - (30...100)Khz- încălzire inductivă.
3	(300Khz...3Mhz) sau (1Km...100m)	UNDE HECTOMETRICE(UHm) (unde medii=UM) Frecvențe medii (MF) Medium frequency(MF)	- Unde de suprafață, cu atenuare mică noaptea și m cu siguranța legăturilor mai mică decât la frecven - (285...405)Khz-radionavigație. - (405...520)Khz-radiocomunicații - (520...1602)Khz-radiodifuziune pe unde medii. - (1602...3000)Khz-radiocomunicații
4	(3...30)Mhz sau (100...10)m	UNDE DECAMETRICE(UDm) (unde scurte=US) Frecvențe înalte (ÎF) High Frequency (HF)	- Unde de suprafață și ionosferice cu transmisiile la atmosferei și de momentul transmisiei(vara, iarn - (3...3,9)Mhz-radiocomunicații. - (3,9...26,1)Mhz-radiocomunicații și radiodifuziur - (26,1...30)Mhz- radiocomunicații. - 13,56Mhz,27,12Mhz-încălzire de înaltă frecvență
5	(30...300)Mhz sau (10...1)m	UNDE METRICE(Um) (unde ultrascurte=UUS) Frecvențe foarte înalte (FIF) Very High Frequency(VHF)	- Propagare în linie dreaptă, neafectate de ionosferă - (41...68)Mhz-televiziune (banda I); (63...73)Mhz ultrascurte (UUS-MF)(banda II);(162...216)Mhz- radiocomunicații (în intervalele libere);40,68 Mhz

0	1	2	3
6	(300Mhz...3Ghz) sau (1...0,1)m	UNDE DECIMETRICE(Udm) (microunde) Frecvențe ultraînalte(UIF) Ultra High Frequency(UHF)	- (470...960)Mhz- televiziune (banda IV, banda V) - (2,5...2,69)Ghz-radiodifuziune prin satelit. - 2,375Ghz-încălzire de înaltă frecvență. - Radiolocație.
7	(3...30)Ghz sau (0,1...0,01)m	UNDE CENTIMETRICE (Ucm) (microunde) Frecvențe supraînalte (SIF) Super High Frequency(SHF)	- (11,7...12,5)Ghz- radiodifuziune prin satelit - 22,125Ghz-încălzire de înaltă frecvență. - Radiocomunicații,radiolocație.
8	(30...300)Ghz sau (0,01...0,001)m	UNDE MILIMETRICE (Umm) (microunde) Frecvențe extrem de înalte (EIF) Extremely High Frequency(EHF)	-(41...43)Ghz-radiodifuziune prin satelit -radiocomunicații, radiolocație.
9	( $3 \cdot 10^{11}$ ... $4 \cdot 10^{14}$ )Hz sau ( $10^{-3}$ ... $7,8 \cdot 10^{-7}$ )m	Raze infraroșii(radiații infraroșii): -infraroșu apropiat( $10^{-3}$ ... $3 \cdot 10^{-5}$ )m -infraroșu mijlociu( $3 \cdot 10^{-5}$ ... $3 \cdot 10^{-6}$ )m -infraroșu îndepărtat( $3 \cdot 10^{-6}$ ... $7,8 \cdot 10^{-7}$ )m	- Sunt produse mai ales de corpurile încălzite; su generează unde submilimetrice.
10	( $4 \cdot 10^{14}$ ... $8 \cdot 10^{14}$ )Hz sau ( $7,8 \cdot 10^{-7}$ ... $3,8 \cdot 10^{-7}$ )m	Raze vizibile (radiații vizibile)	-Sunt unde la care retina ochiului uman este sens
11	( $8 \cdot 10^{14}$ ... $3 \cdot 10^{17}$ )Hz sau ( $3,8 \cdot 10^{-7}$ ... $6 \cdot 10^{-10}$ )m	Raze ultraviolete(radiații ultraviolete)	-Sunt unde generate de către atomii și moleculele -Soarele este o sursă puternică de radiații ultravio
12	( $3 \cdot 10^{17}$ ... $3 \cdot 10^{19}$ )Hz sau ( $6 \cdot 10^{-10}$ ... $6 \cdot 10^{-12}$ )m	Raze X(radiația X sau Röntgen)	- Sunt produse cu ajutorul unor tuburi speciale în ajutorul unei diferențe mari de potențial bombard
13	( $3 \cdot 10^{19}$ ... $3 \cdot 10^{22}$ )Hz sau ( $10^{-10}$ ... $10^{-14}$ )m	Raze gamma(radiația $\gamma$ )	-Sunt radiate de către nucleele atomilor.
14	-	Razele cosmice	-Ocupă partea superioară a spectrului undelor ele particulelor elementare.



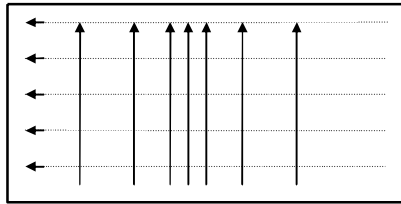
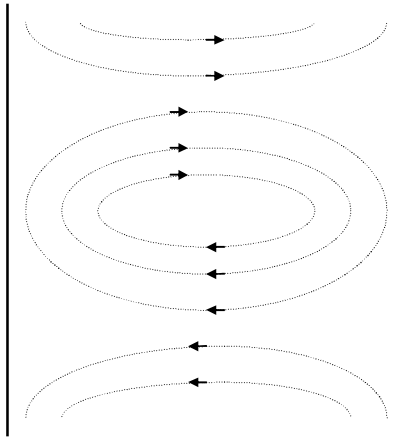


**CLASIFICAREA MICROUNDOR**

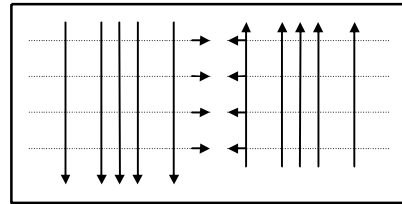
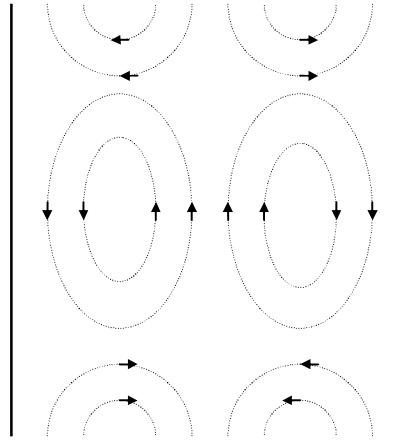
Nr.crt.	Simbol	Lungimea de unda	Semnificatia
1	P	133,5 – 76,9 cm	Unde metrice
2	L	76,9 – 19,3 cm	Unde decimetrice
3	S	19,3 – 7,69 cm	10 cm
4	C	7,69 – 4,84 cm	7 cm
5	X	4,84 – 2,75 cm	3 cm
6	J	2,75 – 1,74 cm	2 cm
7	K	1,74 – 0,91 cm	1,2 cm
8	Q	0,91 – 0,65 cm	8 mm
9	V	0,65 – 0,54 cm	5 – 6 mm

**ANEXA nr 3**

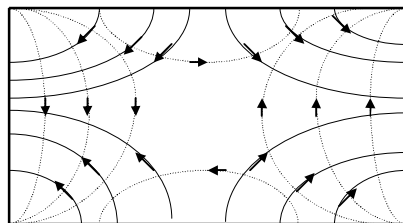
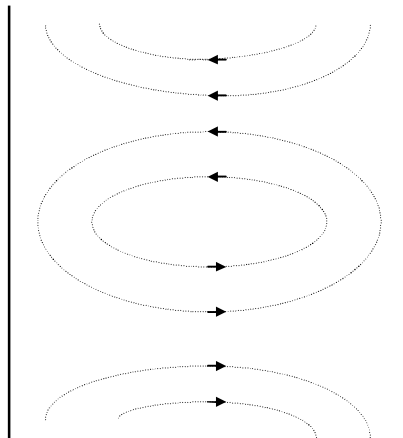
**Structura câmpului electromagnetic în ghidul dreptunghiular**



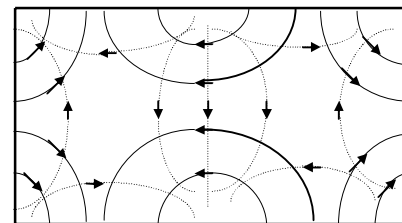
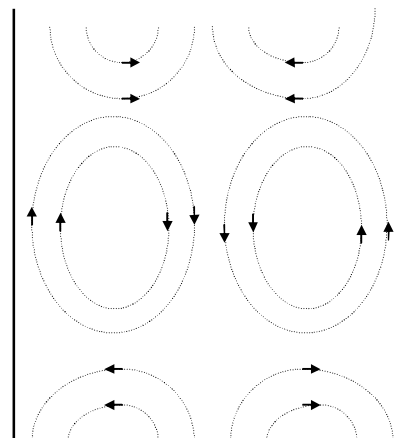
$TE_{10}$



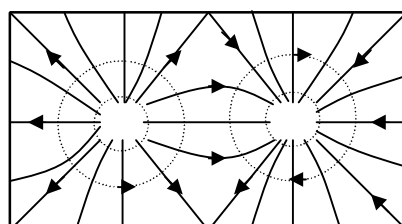
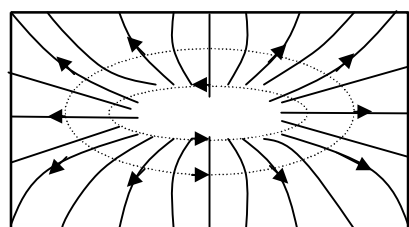
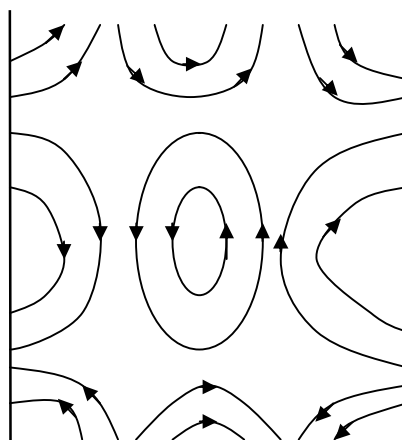
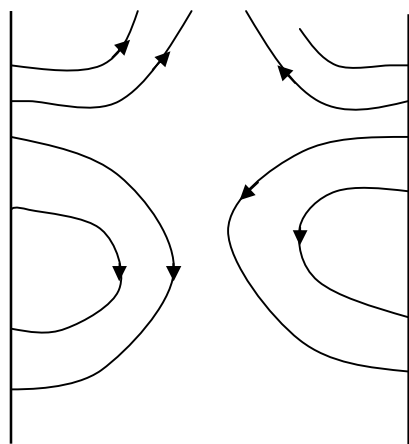
$TE_{20}$



$TE_{11}$

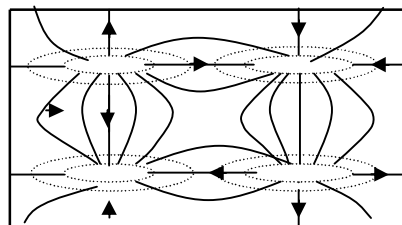
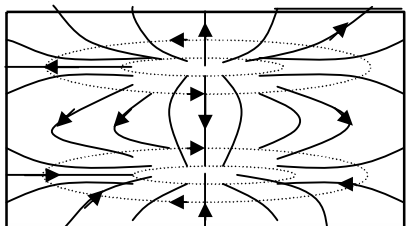
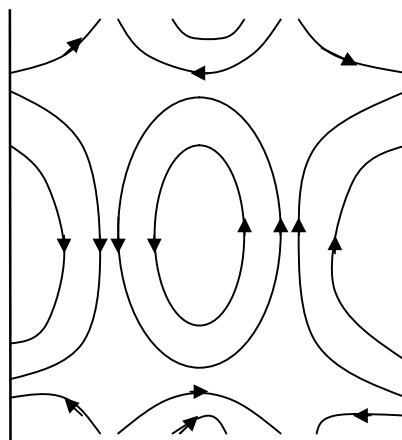
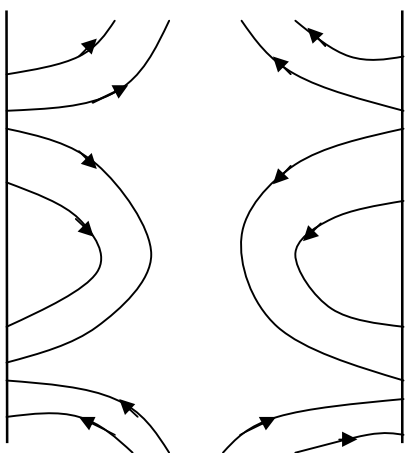


$TE_{21}$



$TM_{11}$

$TM_{21}$



$TM_{12}$

$TM_{22}$

#### ANEXAnr.4

### Materiale conductoare folosite în construcția liniilor de transmisie

Materialul	Conductivitatea $10^7$ S/m
<i>Aluminiu curat</i>	3,25
Alamă (suprafață frezată)	1,48
<i>Placă de aluminiu cadmiată</i>	1,33
<i>Placă de alamă cromată</i>	3,48
<i>Cupru laminat</i>	5,84
<i>Cupru electrolitic</i>	5,92
<i>Cupru argintat</i>	4,10
<i>Argint</i>	6,14

### Dielectrici folosiți la frecvențe înalte

Dielectricul	$\epsilon_r$	$\text{tg}\delta \cdot 10^{-4}$
Aer	1	0
Polistiroil	2,5	1,5 - 3
Polietilen	2,3	2 - 5
Policlorvinil	3,1 - 3,4	200
Plexiglas	3,2	500
Cuarț	3,5 - 4	1 - 3
Micalex	7 - 8	40
Preșpan	3 - 6	350
Sticlă	5,5 - 8	10 - 100
Textolit	7	700 - 1000

## Bibliografie

1. Bucățică,L.,Nicolae,G.,Pricop,G.,- *Tehnica frecvențelor înalte*, vol.2., Universitatea “Transilvania” Brașov,2000.
2. Drăgoi,G.,- *Culegere de probleme de tehnica frecvențelor foarte înalte*, Editura militară, București, 1972.
3. Drăgoi,G.-*Tehnica frecvențelor foarte înalte*,Editura Academiei militare, București,1988
4. Edmond,N., și alții,-*Manualul inginerului electronist,Radiotehnica*,vol1 și II, Editura Tehnică, București,1987.
5. Fîntîneru,i.,Negruș,M.,- *Curs de bazele radiotehnicii și radiolocației*, vol I și II, Școala militară de ofițeri activi de artilerie și radiolocație “Leontin Sălăjan”, Brașov,1979.
6. Gavriiloaia,G.,Bucățică,L.,- *Tehnica frecvențelor înalte*,vol I,Universitatea “Transilvania”, Brașov, 1997.
7. Negruș,M.,- *Culegere de probleme pentru bazele radiotehnicii și metodele radiolocației*, Școala militară de ofițeri activi de artilerie și radiolocație “Leontin Sălăjan”,Brașov,1975.
8. Preda,A.,D., și alții – *Radiocomunicații,lucrări de laborator*,Institutul Politehnic București,1972.
9. Rulea,G.,- *Radiolocația*,Editura didactică și pedagogică,București,1966.
10. Ștefan,A.,Strîmbu,C.,-*Simularea asistată a circuitelor de microunde*, Editura Albastră, Cluj-Napoca,2000.
11. Țurcanu,I.,- *Linii de transmitere a energiei electromagnetice de frecvență foarte înaltă*, Școala militară de maiștri militari și subofițeri de artilerie și radiolocație , Brașov,1978.
12. \* \* \* - *Bazele radiotehnicii și radiolocației,Sisteme oscilante*, București, 1972.
13. \* \* \* - *Curs de bazele radiotehnicii și radiolocației*, vol I, Școala militară de ofițeri activi de artilerie și radiolocație “Leontin Sălăjan”,Brașov,1981.
14. \* \* \* - *Radiotehnica frecvențelor foarte înalte , Culegere de exerciții și probleme* , Școala militară de ofițeri activi de artilerie și radiolocație “Leontin Sălăjan”,Brașov,1967.